

**Tentamen i kurs 5B1130 Matematiska metoder I för S.
Torsdagen den 17 mars 2005 kl 1400-1900.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 8 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 16 poäng.

Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n ($n=1,2,3,\dots,6$) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhålls på någon av de sex första uppgifterna räknas det i fortsättningen som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via sex godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. Lös matrisekvationen $XA = B$ där

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 8 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller linjen $(x, y, z) = t(1, 2, 3)$, $-\infty < t < +\infty$ och är parallellt med linjen $(x, y, z) = (1, 1, 3) + t(1, -1, -1)$, $-\infty < t < +\infty$.

3. Låt $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x}$. Bestäm definitionsområdet och derivatan.

4. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 3x}$.

5. Beräkna integralen $\int_1^e \sqrt{\frac{1 + \ln x}{x^2}} dx$.

6. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n \sqrt{n+3}}$ är konvergent eller divergent.

7. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' - 6y' + 9y = xe^{2x}$.
8. Antar funktionen $f(x) = (12 - x)\sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 9$ värdet 17 någonstans i intervallet?

Del 2

9. Bestäm alla primitiva funktioner (antiderivatives) till funktionen $f(x) = \frac{3x^2 - x - 3}{x^3 - 2x^2 + 3x - 6}$.
10. Ekvationen $x^3 - 3xy - y^3 + 3 = 0$ definierar implicit en funktion $y = f(x)$ sådan att $f(1) = 1$. Visa att $x = 1$ är en lokal extrempunkt till f och bestäm dess karaktär.
11. Bestäm avståndet från punkten $(1, 0, 1)$ till skärningslinjen mellan planen $x + y - z + 1 = 0$ och $y + z - 2 = 0$.
12. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(\cos \frac{1}{n})$ är konvergent eller divergent.

