

**Tentamen i kurs 5B1130 Matematiska metoder I för S.
Onsdagen den 24 augusti 2005 kl 1400-1900.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 8 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 16 poäng.

Bonuspoäng tillgodoses enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n ($n=1,2,3,\dots,6$) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhållits på någon av de sex första uppgifterna på kursens tidigare tentamina under läsåret räknas det som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via sex godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. Bestäm konstanten a så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + ay - z = 1 \\ -x + (a-2)y + z = -1 \\ 2x + 2y + (a-2)z = 1 \end{cases}$$

saknar lösning.

2. Lös ekvationen $z^2 - iz + 1 + 3i = 0$.

3. Bestäm tangentlinjens ekvation i punkten $(3,1)$ till kurvan $\frac{16}{\sqrt{x+y}} + xy + x^2 = 20$.

4. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' - 4y' + 5y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$.

5. Beräkna integralen $\int_0^{2\pi} x^2 \cos x \, dx$.

6. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n+2} - \frac{n+3}{n+4} \right)$ är konvergent eller divergent.

7. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\ln(1 + x^2)}$.

8. Bestäm det största och det minsta värde som antas av funktionen $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$, $-2 \leq x \leq 2$. Ledning: $e > 2$.

Del 2

9. Beräkna integralen $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2(1+x^2)}$.
10. Bestäm den räta linje i planet $x+2y-z=2$ som skär linjen $(x,y,z)=(-3,-3,-1)+t(2,1,-1)$, $-\infty < t < +\infty$ under rät vinkel.
11. Bestäm definitionsområdet för funktionen $f(x)=\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ och visa att den är inverterbar. Bestäm också den inversa funktionens derivata i punkten $\ln\sqrt{3}$.
12. Avgör om serien $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n \ln n}$ är absolutkonvergent, betingat konvergent eller divergent.