

**Tentamen i kurs 5B1130 Matematiska metoder I för S.
Måndagen den 6 februari 2006 kl 0800-1300.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 7 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 14 poäng.

Bonuspoäng tillgodoses enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n ($n=1,2,\dots,5$) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhålls på någon av de fem första uppgifterna räknas det i fortsättningen som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via sex godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. Visa att matrisen $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & a & a \\ a & 1 & 1 \end{bmatrix}$ är inverterbar för alla värden på det

reella talet a . Beräkna även inversen då $a = 0$.

2. Lös ekvationen $z^2 + (1+i)z + 2-i = 0$.
3. Bestäm tangentlinjens ekvation i den punkt på kurvan $y + xe^{-y} = 1$ där $x = 0$.
4. Antar funktionen $f(x) = x\sqrt{12-x}$, $3 \leq x \leq 11$ värdet 8 någonstans?
5. Beräkna volymen av den rotationskropp som bildas då området i första kvadranten som begränsas av kurvorna $y = \cos x$, $y = \sin x$ och y -axeln roterar kring x -axeln.
6. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' + y' = 2 \sin x$.
7. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\ln(1+x) - x}$.

Del 2

8. Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkten $(1,1,1)$ och innehåller skärningslinjen mellan planen $x + 3y - 7z + 5 = 0$ och $x - y + 2z - 3 = 0$.
9. Beräkna den generaliserade integralen $\int_1^{\infty} \frac{\arctan x}{x^3} dx$.
10. En tråds vänstra ände är fastsatt i origo. Bestäm trådens högra fästpunkt om trådens längd är 1 längdenhet och dess lutning i punkten (x, y) är $\sqrt{e^{2x} - 1}$.
11. Avgör om serien $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$ är konvergent eller divergent.