

**Tentamen i kurs 5B1130 Matematiska metoder I för S.
Fredagen den 2 juni 2006 kl 1400-1900.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 7 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 14 poäng.

Bonuspoäng tillgodoses enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n ($n=1,2,\dots,5$) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhålls på någon av de fem första uppgifterna räknas det i fortsättningen som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via sex godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. Lös för varje värde på konstanten a ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 3y = 1 \\ 2x + 4ay + z = 4a \end{cases}$$

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller linjen

$$(x, y, z) = (-1, 5, 2) + t(3, 2, -1) \quad (-\infty < t < \infty)$$

och dessutom är vinkelrätt mot planet $2x - 4y + 2z = 9$.

3. Bestäm lutningskoefficienten för tangentlinjen i den punkt på kurvan

$$4 \arctan\left(\frac{2x}{y}\right) = \pi x \quad \text{där } x = 1.$$

4. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x) + 1}{\sin(\pi x) + \pi \ln x}$.

5. Beräkna $\int_2^3 \frac{dx}{x^2(x-1)}$.

6. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1}$ är konvergent eller divergent.

7. Bestäm största och minsta värdet av funktionen

$$f(x) = 3x^{2/3} - 2x, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

Del 2

8. Ekvationen $z^3 - (3 + 2i)z^2 + (3 + 2i)z - 5 = 0$ har en rot $z = -i$. Bestäm ekvationens övriga rötter.
9. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' - y = e^x$ som uppfyller villkoren $y(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0$.
10. Avgör om den generaliserade integralen $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x^2)}$ är konvergent eller divergent.
11. Visa med induktion att $\sum_{k=2}^n \frac{2k-1}{(k-1)^2 k^2} = 1 - \frac{1}{n^2}$ för $n \geq 2$.