

**Tentamen i kurs 5B1130 Matematiska metoder I för S.
Måndagen den 5 februari 2007 kl 0800-1300.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 7 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 14 poäng.

Bonuspoäng tillgodoses enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n ($n=1,2,\dots,5$) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhålls på någon av de fem första uppgifterna räknas det i fortsättningen som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via sex godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. Bestäm inversen till matrisen $A^T A$ då $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$.
2. Bestäm ekvationen för den linje som är vinkelrät mot de båda linjerna
 $(x, y, z) = (17, 4, -8) + s(3, 1, -1) \quad (-\infty < s < +\infty)$ och
 $(x, y, z) = (1, -3, -2) + t(1, 2, -1) \quad (-\infty < t < +\infty)$
och som går genom deras skärningspunkt.
3. Ekvationen $z^4 - 2z^3 - 23z^2 - 2z - 24 = 0$ har en rot $z = i$. Bestäm ekvationens övriga rötter.
4. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen
 $f(x) = \arcsin x + 2\sqrt{1-x^2}$. Ledning: $\sqrt{3} > \pi$.
5. För vilka x är serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 2^n}$ konvergent?
6. Bestäm ekvationen för normallinjen i punkten $(0, 1)$ på kurvan
 $ye^x + xe^y = xy + 1$.
7. Beräkna integralen $\int_0^{\pi/2} x \cos^2 x \, dx$.

Del 2

8. Ett nollställe till det komplexa polynomet $z^3 + (1 - 3i)z^2 - (1 - 4i)z + 5 - i$ är $z = i$. Bestäm polynomets övriga nollställen.
9. Lös begynnelsevärdesproblemet
 $y'' - 8y' + 16y = xe^{4x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
10. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området som begränsas av kurvan $y = x(16 - x^2)^{1/4}$, $0 \leq x \leq 4$ och linjen $y = 0$ roterar kring x -axeln.
11. Avgör om den generaliserade integralen $\int_0^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^5+5x}} dx$ är konvergent eller divergent.