

**Tentamen i kurs 5B1130 Matematiska metoder I för S.
Torsdagen den 31 maj 2007 kl 1400-1900.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 7 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 14 poäng.

Bonuspoäng tillgodoses enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n ($n=1,2,\dots,5$) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhålls på någon av de fem första uppgifterna räknas det i fortsättningen som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via fem godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. Avgör om matrisen $AA^T + 2A^{-1}$ är inverterbar då $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.
2. En linje som passerar genom punkterna $(1,-2,3)$ och $(2,3,-2)$ skär planet $2x + 3y + 4z = -1$. Bestäm skärningspunktens koordinater.
3. Bestäm tangentlinjens ekvation i punkten $(0,1)$ på kurvan $\sqrt{3x+y} + x^2 + 2y^2 = 3$.
4. Bestäm och klassificera lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = \frac{x+1}{x(x-3)}$, $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$.
5. Beräkna värdet av den konvergenta generaliserade integralen $\int_0^{\infty} \frac{x}{(x^2+3)^2} dx$.
6. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' - 3y' + 2y = x^2 + 1$.

7. Bestäm en primitiv funktion (antiderivative) till funktionen

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{(x-1)(x^2 + 2)} .$$

Del 2

8. Beräkna det kortaste avståndet från punkten $P(3,1,-1)$ till planet $2x + y - z = 6$. Bestäm också koordinaterna för den punkt Q på planet som ligger närmast P .

9. Bestäm värdemängden (range) till funktionen

$$f(x) = \frac{x(1-x)}{1+x^2} + \arctan x .$$

10. Visa att funktionen $f(x) = 2 \arcsin(2x) + \sqrt{1-4x^2}$ är inverterbar. Bestäm definitionsområdet för den inversa funktionen $f^{-1}(x)$ och beräkna $(f^{-1})'(1)$.

11. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + ne^{-n^2})$ är konvergent eller divergent.

Ledning: Visa först att $\ln(1+x) \leq x$, $x \geq 0$.

