

**Tentamen i kurserna SF1616 och 5B1130 Matematiska metoder I för S.  
Måndagen den 11 februari 2008 kl 0800-1300.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 7 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 14 poäng.

Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning  $n$  ( $n=1,2,\dots,5$ ) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr  $n$  som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhålls på någon av de fem första uppgifterna räknas det i fortsättningen som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via fem godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

**Del 1**

1. Låt  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$  och  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}$ . Undersök om det finns något värde

på den reella konstanten  $a$  för vilket matrisen  $AB^T$  är inverterbar.

2. Bestäm ekvationen för det plan som är vinkelrätt mot planet  $x + y + z - 7 = 0$  och som innehåller punkterna  $(3,5,5)$  och  $(4,5,7)$ .

3. Visa att funktionen  $f(x) = \frac{x}{1+4x^2} + \arctan(2x)$  har en inversfunktion.

4. Bestäm värdemängden (range) till funktionen  $f(x) = (x^2 - x - 1)e^x$ ,  $-3 \leq x \leq 3$ .

5. För vilka  $x$  är serien  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n+1} x^n$  konvergent?

6. Bestäm ekvationen för tangentlinjen i punkten  $(1,0)$  på kurvan  $\ln(x^2 + xy) + 2x + \sin y = 2$ .

7. Beräkna värdet av den generaliserade integralen  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$ .

## Del 2

8. Bestäm den lösning till differentialekvationen  $y'' + y = 4x + 10 \sin x$  som uppfyller villkoren  $y(\pi) = 0$ ,  $y'(\pi) = 2$ .

9. Bestäm det största och det minsta värde som antas av funktionen

$$f(x) = \int_0^x \frac{1-t}{(t+1)(t^2+1)} dt, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

10. En linje  $(x, y, z) = (4, 0, -2) + t(3, 5, 1)$  ( $-\infty < t < +\infty$ ) och ett plan  $2x + y - 2z - 3 = 0$  är givna. Bestäm ekvationen för linjens ortogonala projektion på planet, dvs den linje i planet som fås om varje punkt på den givna linjen projiceras vinkelrätt på en punkt i planet.

11. För vilka värden på den reella konstanten  $a$  är serien

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{1}{n} + \ln\left(1 + \frac{a}{n}\right) \right) \text{ konvergent?}$$