

**Tentamen i kurserna SF1616 och 5B1130 Matematiska metoder I för S.  
Torsdagen den 13 januari 2011 kl 1400-1900.**

För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på linjäralgebradelen (TenA) krävs minst 9 poäng på envariabelanalysdelen för betyg E på hela kursen.

För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på envariabelanalysdelen (TenB) krävs minst 6 poäng på linjäralgebradelen för betyg E på hela kursen.

För dem som sedan tidigare inte har godkänt resultat på någon del krävs minst 15 poäng för betyg E.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen. För betyg Fx på TenA resp TenB krävs 5p resp 8p. För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

**Linjär algebra**

1. Låt  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$  och  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}$ . Undersök om det finns något värde

på den reella konstanten  $a$  för vilket matrisen  $AB^T$  är inverterbar. (3p)

2. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna  $(2,0,-1)$ ,  $(1,1,2)$  och  $(3,1,-2)$ . Beräkna också vinkeln mellan planet och linjen  $(x,y,z) = (-3,1,-1) + t(1,1,2)$ ,  $-\infty < t < +\infty$ . (3p)

3. Lös ekvationen  $z^3 - 3(1+i)z^2 + (1+6i)z + 1 - 3i = 0$ . (4p)

4. Beräkna det kortaste avståndet från punkten  $P(3,1,-1)$  till planet  $2x + y - z = 6$ . Bestäm också koordinaterna för den punkt  $Q$  på planet som ligger närmast  $P$ . (4p)

**Envariabelanalys**

5. Bestäm tangentlinjens ekvation i punkten  $(0,1)$  på kurvan  $\sqrt{3x+y} + x^2 + 2y^2 = 3$ . (3p)

6. Bestäm och klassificera alla lokala extrempunkter till funktionen  $f(x) = \frac{x+1}{x(x-3)}$ ,  $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ . (3p)

7. Beräkna den generaliserade integralen  $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ . (3p)

8. Beräkna integralen  $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2(1+x^2)}$ . (4p)

9. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen  $y''+3y'+2y = xe^{-x}$ . (4p)

10. En tråds vänstra ände är festsatt i origo. Bestäm trådens högra fästpunkt om trådens längd är 1 längdenhet och dess lutning i punkten  $(x, y)$  är  $\sqrt{e^{2x}-1}$ . (4p)

