KTH Matematik

**Tentamen i kurs 5B1131 Matematiska metoder II för S.**
**Tisdagen den 28 augusti 2007 kl 1400-1900.**

Tentamen består av 2 delar.
Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 7 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 14 poäng.
Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n (n=1,2,…,5) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.
Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng. Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via fem godkända kontrollskrivningar.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

**Del 1**

1. Låt $T:\ \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ vara den linjära avbildning som sammansätts av en spegling i linjen $y = x$ följd av en spegling i $x-$axeln. Bestäm standardmatrisen genom att använda hur standardbasvektorerna avbildas.

2. Matrisen $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -7 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ har ett egenvärde $\lambda = 2$. Avgör om matrisen är diagonaliserbar.

3. Bestäm en ekvation för tangentplanet i punkten (1,-1,1) till den nivåyta till funktionen $f(x,y,z) = x^2y + y^2z + xz^2$ som går genom den givna punkten.

4. Bestäm alla kritiska punkter till funktionen $f(x,y) = \dfrac{x}{y} + \dfrac{8}{x} - y$ och avgör deras karaktär.

5. Beräkna linjeintegralen $\oint_C xy^2\,dx + 5x^2y\,dy$ där $C$ är triangeln med hörn i punkterna $(0,0)$, $(0,1)$ och $(1,1)$. Triangeln genomlöps moturs.

6. Beräkna dubbelintegralen $\int_0^{\pi}(\int_x^{\pi} \dfrac{\sin y}{y}\,dy)dx$.

7. Beräkna flödet av vektorfältet $\overline{F} = (4y, -3x, z + x^2)$ upp genom den del av ytan $z = 3x^2 + 4y^2$ där $x^2 + y^2 \le 1$.

VGV

**Del 2**

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = xy$ i det område som bestäms av olikheterna $x^2 + 4y^2 \le 200$ och $y \ge 7$.

9. Bestäm arean av den del av konen $x^2 + y^2 = z^2$ som bestäms av olikheterna $0 \le y \le \dfrac{1}{x^2}$, $x \ge 3$ och $z \ge 0$.

10. En yta definieras av ekvationen $2xyz - z^3 = 16$. Undersök om ytan kan uppfattas som grafen till en kontinuerligt deriverbar funktion $z = z(x,y)$ i en omgivning till punkten $(5,2,4)$. Utför samma undersökning för punkten $(2,3,2)$ och bestäm, i förekommande fall, de partiella derivatorna $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ och $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ i respektive punkt.

11. Låt $T$ vara den linjära operator på $\mathbf{R}^3$ som utför en vridning med vinkeln $\pi$ kring linjen $(x,y,z) = t(1,2,3)$ $(-\infty < t < +\infty)$. Bestäm en bas relativt vilken matrisen för $T$ är diagonal och ange denna diagonalmatris.