

**Tentamen i Analytiska metoder och linjär algebra 1**  
**för M, BD, P och T (kurskod 5B1132) samt IT (kurskod 5B1140)**  
den 24 augusti 2005 kl 14-19

Uppgifterna 1-5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter ska ni bara lösa dem som svarar mot moment ni inte blivit godkända på under kursens gång. Bedömningen här är Godkänd/Underkänd.

Uppgifterna 6-10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Den totala poängen på dessa uppgifter bestämmer betyget (under förutsättning att moment 1-5 är godkända). Betygsgränser:

3 och E: godkänt på alla momenten 1-5 och 3-4 poäng på uppgifterna 6-10.

3 och D: godkänt på alla momenten 1-5 och 5-7 poäng på uppgifterna 6-10.

4 och C: godkänt på alla momenten 1-5 och 8-10 poäng på uppgifterna 6-10.

4 och B: godkänt på alla momenten 1-5 och 11-13 poäng på uppgifterna 6-10.

5 och A: godkänt på alla momenten 1-5 och 14-20 poäng på uppgifterna 6-10.

Utförliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel. Lycka till!

1. Låt  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Bestäm  $\det A$  och avgör om  $A$  har någon invers.

2. Polynomet  $p(z) = z^4 - 2z^3 - 23z^2 - 2z - 24$  uppfyller att  $p(i) = 0$ . Finn samtliga lösningar till ekvationen  $p(z) = 0$ .

3. Låt  $f(x) = e^{\tan x} - 3x \cos x - 1$ . Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan  $y = f(x)$  i punkten  $(x, y) = (\pi, 3\pi)$ .

4. Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \sin x - x}{1 - e^{x^3}}$ .

5. Beräkna integralen  $\int_2^3 \frac{1}{x^2(x-1)} dx$ .

6. Antar funktionen  $f(x) = \arctan x - x$  ett största och ett minsta värde när  $x$  varierar i intervallet  $-1 \leq x \leq 1$ ? Bestäm i så fall dessa.
7. Bestäm samtliga lösningar  $y(x)$  till differentialekvationen  $y'' + 4y = \sin 2x$  som uppfyller att  $y(0) = 0$ .
8. Finns det något reellt tredjegradspolynom  $p(x)$  vars graf  $y = p(x)$  passerar genom punkterna  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(3, -1)$ ? Bestäm polynomet  $p(x)$  eller förklara varför det inte kan finnas.
9. Går det att bestämma konstanten  $a$  så att serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a}{n} - 1 + \cos \frac{1}{n} \right)$  blir konvergent?
10. Låt  $D$  beteckna det ändliga område i planet som helt stängs in av kurvorna  $y = x^2$  och  $y = x\sqrt{2-x}$ . Bestäm volymen av den kropp som genereras när området  $D$  roteras ett varv runt  $x$ -axeln.