

Tentamensskrivning, 2005–12–20, kl. 14.00–19.00.

5B1132/5B1140, Analytiska metoder och linjär algebra 1, för BD, M, P, T/IT.

Uppgifterna 1–5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd. Uppgifterna 6–10 poängsätts med maximalt 4 poäng.

Betygsgränser (M, BD, P och T kommer att få två betyg, IT får betyget 5–U)

A och 5: godkänt på alla momenten 1–5 och 14–20 poäng på uppgifterna 6–10

B och 4: godkänt på alla momenten 1–5 och 11–13 poäng på uppgifterna 6–10

C och 4: godkänt på alla momenten 1–5 och 8–10 poäng på uppgifterna 6–10

D och 3: godkänt på alla momenten 1–5 och 5–7 poäng på uppgifterna 6–10

E och 3: godkänt på alla momenten 1–5 och 3–4 poäng på uppgifterna 6–10

F och U: underkänt.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

1. Beräkna determinanten $\det(\mathbf{A}\mathbf{A}^T + 2\mathbf{A}^{-1})$ då

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller linjen $\mathbf{r}(t) = (3 + t, 1 - 2t, t)$ och punkten $(1, 1, 1)$.

3. Visa att funktionen

$$f(x) = \ln(1 + 4x^2) - 4 \arctan 2x$$

är strängt växande på intervallet $x > 1$.

4. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 2y' + 5y = e^{2x}.$$

5. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx.$$

6. Beräkna integralen

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 3 \sin x + 2} dx. \quad (4p)$$

7. Bestäm eventuella lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = (x^2 - 3)e^x$. Undersök om f antar ett största och/eller ett minsta värde och ange detta/dessa om så är fallet. (4p)

8. Ekvationen

$$x + 1 - \ln 2x = y - \ln y$$

definierar y som en oändligt många gånger deriverbar funktion $y = y(x)$ sådan att $y(1) = 2$.

a. Beräkna derivatan $y'(1)$.

b. Är det sant att $y(x) \geq 2$ för alla x som ligger tillräckligt nära 1? (4p)

9. Till en nyårsfest har tre sorters kostbara ingredienser medförts. Frampå natten har Osquar lyckats få klart för sig att en blandning av ingredienserna i proportionerna 3:1:1 kostar 48 kr/liter, medan en blandning i förhållandet 2:1:2 kostar 80 kr/liter. Mellan vilka värden kan kostnaden för en liter av blandningen i proportionerna 1:1:2 ligga? Varje ingrediens har ett pris som är > 0 . (4p)

10. Undersök konvergensen av den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{1 + \sin x}{\sqrt{x + x^2}} dx \quad (4p)$$

Lycka till och God Jul!

Lösningförslag kommer att finnas på adresser

<http://www.math.kth.se/math/student/courses/5B1132/M/200506/tenta051220.pdf>

och

<http://www.math.kth.se/math/student/courses/5B1132/IT/200506>

och

<http://www.math.kth.se/~bronek/0506/amelia1>