

KTH Matematik

Tentamen fredagen den 2 juni 2006 för BD, M, P, T/IT
5B1132/5B1140, Analytiska metoder och linjär algebra 1

Skrivtid: 14.00–19.00

Examinatorer: Bronislaw Krakus (BD,M,P,T), tel 790 7179, Bengt Ek (IT), tel 790 6951.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Uppgifterna 1-5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömningen här är godkänd/underkänd.

Betygsgränser (M, BD, P och T kommer att få två betyg, IT får betyg 5–U:

A och 5: godkänt på alla momenten 1–5 och 14–20p på uppgifterna 6–10

B och 4: godkänt på alla momenten 1–5 och 11–13p på uppgifterna 6–10

C och 4: godkänt på alla momenten 1–5 och 8–10p på uppgifterna 6–10

D och 3: godkänt på alla momenten 1–5 och 5–7p på uppgifterna 6–10

E och 3: godkänt på alla momenten 1–5 och 3–4p på uppgifterna 6–10

F och U: underkänt på något av momenten 1–5 och/eller 0–2p på uppgifterna 6–10

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade.

Ange vad införda beteckningar som inte är standard står för.

Skriv tydligt program och grupp på omslaget. Lycka till!

1. Vektorerna \mathbf{v}_1 och \mathbf{v}_2 har i ett ortonormerat koordinatsystem koordinaterna $(4, -2, -2)$ respektive $(5, 5, -10)$. Bestäm vinkeln mellan \mathbf{v}_1 och \mathbf{v}_2 .

2. Visa med induktion att

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

för $n = 1, 2, \dots$

3. Vilka värden antar funktionen

$$f(x) = (-2x^2 + 3x) e^x$$

i intervallet $[0, 2]$?

4. Bestäm den obestämda integralen (dvs den primitiva funktionen)

$$\int (x^3 + x) \ln x \, dx.$$

5. Beräkna volymen för den kropp som uppstår då området

$$\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\}$$

roteras kring x -axeln.

V.g. vänd!

6. (4p) För vilka värden på parametern a är matrisen A nedan inverterbar? Du behöver inte beräkna inversen.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & a-1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & a+1 \end{pmatrix}.$$

7. (4p) Finn den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = (1 + \sin x) e^{2x}.$$

8. (4p) En kurva definieras av ekvationen

$$\arctan(2xy + y^2) - 2y \ln(3x + y) = x + y + 1.$$

Med "implicita funktionsatsen" kan man bevisa att detta i en omgivning till punkten $(1, -2)$ definierar y som en deriverbar funktion av x (det behöver du inte göra). Finn ekvationen för tangenten till kurvan i punkten.

9. (4p) En linje och ett plan beskrivs (i ett ortonormerat koordinatsystem) av $(x, y, z) = (4 + 3t, 5t, -2 + t)$ respektive $2x + y - 2z = 3$.

Finn ekvationen för linjens ortogonala projektion på planet, dvs den linje i planet man får om varje punkt som tillhör den givna linjen projiceras vinkelrätt på en punkt i planet.

10. (4p) Avgör om följande serie är konvergent eller divergent:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n}} - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$$

Lycka till!

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan och på institutionens hemsida.

En **kompletteringsskrivning** för de nästan godkända planeras till on 7 juni, kl. 11–12 i sal Q1.

Information om vilka som får chans att komplettera kommer att finnas på <http://www.math.kth.se/~bronek/0506/amelia1/resultat.html> respektive IT:s kursida.