

Tentamensskrivning, 2006–12–20, kl. 8.00–13.00.

5B1132, Analytiska metoder och linjär algebra 1, för BD, M, P, T.

Uppgifterna 1–5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd. Uppgifterna 6–10 poängsätts med maximalt 4 poäng.

Betygsgränser (man kommer att få två betyg)

A och 5: godkänt på alla momenten 1–5 och 14–20 poäng på uppgifterna 6–10

B och 4: godkänt på alla momenten 1–5 och 11–13 poäng på uppgifterna 6–10

C och 4: godkänt på alla momenten 1–5 och 8–10 poäng på uppgifterna 6–10

D och 3: godkänt på alla momenten 1–5 och 5–7 poäng på uppgifterna 6–10

E och 3: godkänt på alla momenten 1–5 och 3–4 poäng på uppgifterna 6–10

F och U: underkänt.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

---

1. Undersök om matrisen  $\mathbf{AA}^T + 2\mathbf{A}^{-1}$  är inverterbar då

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller linjen  $\mathbf{r}(t) = (3 + t, 1 - 2t, -1 + t)$  och som är parallellt med linjen  $\mathbf{p}(t) = (1 + t, 2 - 6t, 4t)$ .

3. Bestäm ekvationer för tangenten och normalen till kurvan

$$\sqrt{3x + y} + x^2 + 2y^2 = 3$$

i punkten  $(0,1)$ .

4. Bestäm MacLaurinutvecklingen av ordning 3 till funktionen

$$f(x) = (1 + 2 \sin 3x) \cos 2x.$$

Ange resttermen på ordoform.

5. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+1}} dx.$$

6. Beräkna integralen

$$\int_0^9 \frac{1}{x + 5\sqrt{x} + 6} dx.$$

(4p)

7. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 2y' + y = x + 50 \sin x \cos x. \quad (4p)$$

8. Betrakta funktionen  $f(x) = 4 \arcsin \sqrt{x} + 2 \arcsin \sqrt{1-x}$ .

a. Beräkna derivatan till  $f$ .

b. Visa att  $f$  har en invers  $f^{-1}$ .

c. Bestäm största värdet av  $f^{-1}(x)$ . (4p)

9. För vilka värden på konstanten  $a$  är serien

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{1}{n} + \ln \frac{n+a}{n} \right)$$

konvergent?

(4p)

10. Alice har på en öde ö i Underlandet funnit en pergamentrulle med följande text:



*Utgå från galgen. Stega till den vita stenen och gå sedan lika långt rakt åt vänster. Utmärk denna punkt. Stega därefter från galgen till den svarta stenen och gå sedan lika långt rakt åt höger. Utmärk även denna punkt. Din julkapp ligger mitt emellan de utmärkta punkterna.*

Alice finner den vita och den svarta stenen men däremot inget spår av galgen. Hon hittar emellertid ändå julklappen, ty dess läge är oberoende av var galgen stått. Bevisa detta. (4p)

Lycka till och God Jul!

Lösningförslag kommer att finnas på adressen

<http://www.math.kth.se/~bronek/0607/amelia1/repetition/tentamen20061220.pdf>

Resultatlista och informationen om kompletteringen kommer att finnas på adressen

<http://www.math.kth.se/~bronek/0607/amelia1/resultat.html>