

Uppgifterna 1-5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd.

Uppgifterna 6-10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Preliminära betygsgränser:

- A och 5: godkänt på alla momenten 1-5 och 14-20 poäng på uppgifterna 6-10
- B och 4: godkänt på alla momenten 1-5 och 11-13 poäng på uppgifterna 6-10
- C och 4: godkänt på alla momenten 1-5 och 8-10 poäng på uppgifterna 6-10
- D och 3: godkänt på alla momenten 1-5 och 5-7 poäng på uppgifterna 6-10
- E och 3: godkänt på alla momenten 1-5 och 3-4 poäng på uppgifterna 6-10
- F och U: underkänt.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

1. Bestäm alla lösningar till matrisekvationen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Visa med induktion att

$$9^n - 1$$

är delbart med 8 för alla $n = 1, 2, \dots$.

3. Visa att funktionen

$$f(x) = \arcsin(2x^2 - 1) + 2 \arccos x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

är konstant och bestäm värdet på denna konstant.

4. Beräkna integralen

$$\int_{-1}^1 (1 - 2x)e^{-2x} dx.$$

5. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{(x+3)\sqrt{x+2}} dx.$$

6. Beräkna integralen

(4p)

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 5x + 5}{x^2 + 3x + 2} dx.$$

7. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = x^3 - x^2$ och linjen $y = 2x$. (4p)

8. Undersök konvergensen av serien

(4p)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n}\right)^n \cdot n!.$$

9. Bestäm värdemängden till funktionen

(4p)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x + 10 & \text{då } -4 \leq x \leq -1 \\ -2x^3 + 3x^2 & \text{då } -1 < x \leq 2 \end{cases}.$$

10. Betrakta en godtycklig 2×2 -matris

(4p)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

- a. Visa att \mathbf{A} satisfierar ekvationen $\mathbf{A}^2 - (a + d)\mathbf{A} + (ad - bc)\mathbf{E} = \mathbf{0}$.
- b. Antag att $\mathbf{A}^3 = \mathbf{0}$. Visa att $\mathbf{A}^2 = \mathbf{0}$.

Lycka till!

Lösningförslag kommer att finnas på adressen

<http://www.math.kth.se/~bronek/0607/amelia1/repetition/tentamen20070531.pdf>

Resultatlista och informationen om kompletteringen kommer att finnas på adressen

<http://www.math.kth.se/~bronek/0607/amelia1/resultat.html>