

Tentamensskrivning, 2009–06–01, kl. 14.00–19.00.

SF1618, 5B1132, 5B1140 Analytiska metoder och linjär algebra 1.

Uppgifterna 1–5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd. Uppgifterna 6–10 poängsätts med maximalt 4 poäng.

Preliminära betygsgränser

A: godkänt på alla momenten 1–5 och 14–20 poäng på uppgifterna 6–10

B: godkänt på alla momenten 1–5 och 11–13 poäng på uppgifterna 6–10

C: godkänt på alla momenten 1–5 och 8–10 poäng på uppgifterna 6–10

D: godkänt på alla momenten 1–5 och 5–7 poäng på uppgifterna 6–10

E: godkänt på alla momenten 1–5 och 3–4 poäng på uppgifterna 6–10

Fx: underkänt med rätt till skriftlig komplettering

F: underkänt utan rätt till komplettering

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

1. För vilka värden på konstanten k har ekvationen

$$\begin{pmatrix} 2 & k & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} k \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

precis en lösning?

2. Ett plan innehåller linjen

$$\mathbf{r}(t) = (t + 1, t + 2, 2t + 3)$$

och är parallellt med linjen

$$\mathbf{p}(t) = (2t + 1, 1, t + 2).$$

Bestäm planets ekvation.

3. Bestäm ekvationer för tangenten och normalen till kurvan

$$4x + x^3y^2 + 3 \arcsin(x - 2y) + \sqrt[3]{x - y} = 17$$

i punkten $(2,1)$.

4. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 3y = 4e^{3x}.$$

5. Beräkna integralen

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(3 + \sin x) \cos x}{2 + \sin x} dx.$$

6. Hur många lösningar har ekvationen

$$7 \arcsin 2x - 4 \arccos 2x = \sqrt{1 - 4x^2}?$$

7. Beräkna integralen

$$\int_{46}^{47} \ln(1 + \sqrt{x - 46}) dx.$$

8. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då det ändliga område som begränsas av kurvorna

$$y = 15 + 4\sqrt{1 - x}$$

och

$$y = 15 + 4\sqrt{1 - x^2}$$

roterar ett varv kring y -axeln.

9. Visa att serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{3^n + n^b}{3^n - n^b} \right)$$

är konvergent för alla reella värden b .

10. En tank som rymmer 10 kubikmeter fylls på med avloppsslam i en takt som varierar med tiden. Närmare bestämt: man räknar med att vid tidpunkten t fylls slam på i en takt av $\frac{10}{t^2 + 4}$ kubikmeter per timme. Tanken är från början tom. Kommer den att svämma över?

Lycka till!