

Tentamen i kursen SF1618 (5B1132, 5B1140) Analytiska metoder och linjär algebra I.

Fredagen den 15 januari 2010 kl 1400-1900.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Bestäm matrisen X i matrisekvationen $AX = B$ där

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ och } B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3p)$$

2. Lös ekvationen $z^2 - (4 - 2i)z + 7 - 4i = 0$. (3p)

3. Beräkna det kortaste avståndet från punkten $(-1, 0, 3)$ till linjen $(x, y, z) = (3, 0, -1) + t(2, 1, -1)$, $-\infty < t < +\infty$ (4p)

4. Faktorisera polynomet $x^6 + 64$ så långt som möjligt i faktorer med reella koefficienter. (4p)

Envariabelanalys

5. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(1 - \cos x)}$. (3p)

6. Bestäm de lokala extrempunkterna till funktionen $f(x) = xe^{-4x}$, $x \geq 0$ och avgör deras karaktär. Bestäm också funktionens värdemängd. (3p)

7. Bestäm alla funktioner vars derivata är $\frac{x}{(1-x)^3}$. (3p)

8. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' - 2y' + 4y = 13 \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$. (4p)

9. En myra rör sig med farten 1 längdenhet per sekund längs kurvan $y = f(x)$ där $f(x) = \int_0^x \sqrt{\cos^4(t) \sin^2(t) - 1} dt$. Hur lång tid tar det för myran att passera den del av kurvan som bestäms av $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$? (4p)

10. Avgör om serien $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n \ln n}$ är absolutkonvergent, betingat konvergent eller divergent. (4p)

