

Tentamen i kurserna SF1618 (5B1132, 5B1140) Analytiska metoder och linjär algebra I.

Torsdagen den 26 augusti 2010 kl 0800-1300.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15p.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. För de kvadratiske matriserna A , B och C gäller att $C^T = A^{-1}B^2$. (3p)
Beräkna $\det A$ då man vet att $\det B = 3$ och $\det C = 1$.

2. Visa att planen $3x + 2y + 2z = 1$, $2x + 2y + z = 3$ och $x + 2y = 5$ skär varandra längs en rät linje och ange en riktningsvektor för denna. (3p)

3. Lös ekvationen $z^3 - (1 + i)z^2 + (1 + 4i)z - 1 - 3i = 0$. (4p)

4. För matriserna A och B gäller att $ABA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. (4p)
Bestäm $AB^{-1}A^{-1}$.

Envariabelanalys

5. Bestäm det största och det minsta värde som antas av funktionen $f(x) = (x - 4)\sqrt{x - 1}$, $1 \leq x \leq 5$. (3p)

6. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' - 6y' + 9y = xe^{2x}$. (3p)

7. Bestäm en primitiv funktion (antiderivative) till funktionen $f(x) = \frac{2 - 3x}{x^2(x^2 + 1)}$. (3p)

8. Ekvationen $x^2 + xy + y^2 - x + 2y + 2 = 0$ definierar implicit en funktion $y = f(x)$ sådan att $f(1) = -1$. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 till f kring punkten $x = 1$. (4p)

9. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då det ändliga område som begränsas av kurvan $y = x(4 - x^2)^{1/4}$, $0 \leq x \leq 2$ och x -axeln roterar kring x -axeln. (4p)

10. Visa att serien $\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n(n-1)}\right) \frac{1}{2^n}$ är konvergent och beräkna dess summa. (4p)

