

Tentamen i kurserna SF1618 (5B1132,5B1140) Analytiska metoder och linjär algebra I.

Torsdagen den 13 januari 2011 kl 1400-1900.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}$. Undersök om det finns något värde på den reella konstanten a för vilket matrisen AB^T är inverterbar. (3p)
2. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna $(2,0,-1)$, $(1,1,2)$ och $(3,1,-2)$. Beräkna också vinkeln mellan planet och linjen $(x, y, z) = (-3,1,-1) + t(1,1,2)$, $-\infty < t < +\infty$. (3p)
3. Lös ekvationen $z^3 - 3(1+i)z^2 + (1+6i)z + 1 - 3i = 0$. (4p)
4. Beräkna det kortaste avståndet från punkten $P(3,1,-1)$ till planet $2x + y - z = 6$. Bestäm också koordinaterna för den punkt Q på planet som ligger närmast P . (4p)

Envariabelanalys

5. Bestäm tangentlinjens ekvation i punkten $(0,1)$ på kurvan $\sqrt{3x + y} + x^2 + 2y^2 = 3$. (3p)
6. Bestäm och klassificera alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = \frac{x+1}{x(x-3)}$, $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$. (3p)
7. Beräkna den generaliserade integralen $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$. (3p)

8. Beräkna integralen $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2(1+x^2)}$. (4p)

9. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y''+3y'+2y = xe^{-x}$. (4p)

10. En tråds vänstra ände är festsatt i origo. Bestäm trådens högra fästpunkt om trådens längd är 1 längdenhet och dess lutning i punkten (x, y) är $\sqrt{e^{2x}-1}$. (4p)

