

**Tentamen i kurserna SF1618 (5B1132, 5B1140) Analytiska metoder och linjär algebra I.**

**Lördagen den 11 februari 2012 kl 0800-1300.**

För godkänt betyg (E) krävs minst 15p.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

**Linjär algebra**

1. För vilka värden på det reella talet  $a$  har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases}$$

ingen lösning, en lösning respektive oändligt många lösningar? (3p)

2. Planen  $3x - y + 2z = 8$  och  $x + 3z = 2$  skär varandra längs en linje. Bestäm en riktningsvektor för denna linje. Bestäm även parameterekvationer för skärningslinjen. (3p)

3. Visa att  $z = i$  är en rot till ekvationen

$$z^3 + (1 - 3i)z^2 - (1 - 4i)z + 5 - i = 0 \text{ och bestäm alla övriga rötter.}$$

Ledning:  $\sqrt{625} = 25$ . (4p)

4. Bestäm den räta linje i planet  $x + 2y - z = 2$  som skär linjen

$$(x, y, z) = (-3, -3, -1) + t(2, 1, -1), \quad -\infty < t < +\infty \text{ under rät vinkel.} \quad (4p)$$

**Envariabelanalys**

5. Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{x - \sin x}$ . (3p)

6. Beräkna volymen av den rotations kropp som bildas när området

$$0 \leq y \leq \sqrt{x} \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi \text{ roteras kring } x - \text{axeln.} \quad (3p)$$

7. Bestäm värdemängden (range) till funktionen  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{4}{1-x}$ ,  $0 < x < 1$ . (3p)

8. Bestäm en ekvation för tangentlinjen i punkten  $(1,-2)$  till kurvan  $\arctan(2xy + y^2) - 2y \ln(3x + y) = x + y + 1$ . (4p)

9. Bestäm alla de lösningar till differentialekvationen  $y'' + 4y = \sin 2x$  som går genom origo. (4p)

10. För vilka  $x$  är serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n \sqrt{n}}$  konvergent? (4p)

