Institutionen för Matematik
KTH

**Tentamen i Analytiska metoder och linjär algebra 2**
**för M, BD, P och T (kurskod 5B1133) samt IT (kurskod 5B1141)**
Den 15 januari 2005 kl 14.00-19.00

Uppgifterna 1-5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter ska ni bara lösa dem som svarar mot moment ni inte blivit godkända på under kursens gång. Bedömningen här är Godkänd/Underkänd.

Uppgifterna 6-10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Betygsgränser:
För betyg 3 krävs godkänt på moment 1-5 plus 3 poäng totalt på uppgifterna 6-10.
För betyg 4 krävs godkänt på moment 1-5 plus 7 poäng totalt på uppgifterna 6-10.
För betyg 5 krävs godkänt på moment 1-5 plus 12 poäng totalt på uppgifterna 6-10.
Utförliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

1. Finn en bas för $\mathbf{R}^2$ där samtliga basvektorer är egenvektorer till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$ (standardkoordinater).

2. Låt $f(x,y) = y^4 e^{x^2-1} + 1$. Bestäm tangenplanet i punkten $(x_0, y_0, z_0) = (1, -1, 2)$ till ytan $z = f(x,y)$.

3. Avgör om funktionen $\mathbf{F}(x,y) = \begin{pmatrix} e^{x^2} - x\cos y + xy \\ \ln(xy+1) - \arctan y \end{pmatrix}$ är inverterbar i någon omgivning av origo.

4. Beräkna kurvintegralen $\int_\gamma (x^2+y^2)\,dx + (2xy+y^2)\,dy$, där $\gamma$ är den del av parabelkurvan $y = 1-x^2$ som ligger i första kvadranten, genomlöpt en gång med start i $(1,0)$ och slut i $(0,1)$.

5. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = (x, y, 0)$ ut ur det område $K$ som ges av olikheterna $x^2 + y^2 \le z \le 4$.

6. Bestäm en potentialfunktion till vektorfältet $\mathbf{F} = (ye^x + z, e^x + z, y + x)$ och använd denna för att beräkna kurvintegralen $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ , där $\gamma$ är skruvlinjen $\mathbf{r} = (\cos t,\ \sin t,\ t),\ \ 0 \leq t \leq \pi$.

7. Du har två vektorer i $\mathbf{R}^3$ givna i standardkoordinater som $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ och $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Bestäm matrisen (i standardkoordinater) för den linjära avbildning som består i ortogonal projektion på det plan genom origo som spänns upp av $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$.

8. Beräkna dubbelintegralen $\displaystyle\iint_D \frac{y}{2x+y}\, dxdy$ där $D$ är den parallellogram som begränsas av linjerna $2y - x = 0,\ 2y - x = 2,\ 2x + y = 1,\ 2x + y = 2.$

9. Bestäm arean av den största likbenta triangel som kan skrivas in i enhetscirkeln.

10. Finn alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x, y) = e^{2x^2+y^4+4xy}$.

Lösningsförslag publiceras första vardagen efter tentamensdagen på
http://www.math.kth.se/ tranberg/5B1133.Extentor.html