KTH Matematik

Tentamensskrivning, 2006–08–21, kl. 8.00–13.00.

5B1133, Analytiska metoder och linjär algebra 2, för BD, M, P, T.

Uppgifterna 1–5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd.

Uppgifterna 6–10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Betygsgränser:

A och 5:	godkänt på alla momenten 1–5 och 14–20 poäng på uppgifterna 6–10
B och 4:	godkänt på alla momenten 1–5 och 11–13 poäng på uppgifterna 6–10
C och 4:	godkänt på alla momenten 1–5 och 8–10 poäng på uppgifterna 6–10
D och 3:	godkänt på alla momenten 1–5 och 5–7 poäng på uppgifterna 6–10
E och 3:	godkänt på alla momenten 1–5 och 3–4 poäng på uppgifterna 6–10
F och U:	underkänt.

Tentamensbetyget gäller som betyg på hela kursen under förutsättning att man är godkänd på Inlämningsuppgifter v.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

---

1. För en linjär avbildning $A\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ gäller att
$$A(1,1) = (3,1) \text{ och } A(6,7) = (2,1).$$
Avgör om A är inverterbar.

2. Beräkna riktningsderivatan till funktionen
$$f(x,y,z) = \frac{3x+y}{2x+y-z}$$
i punkten $(1,2,3)$ i riktning av vektorn $\boldsymbol{v} = (-1,2,2)$.

3. Visa att ekvationen
$$z^3 + xz - 2y = 0$$
definierar i en omgivning av punkten $(3,2,1)$ precis en funktion $z = z(x,y)$ sådan att $z(3,2) = 1$. Bestäm derivatan $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ i punkten $(3,2)$.

4. Beräkna dubbelintegralen
$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{\cos(x+y)}{\sin x}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$
då $\mathbf{D}$ ges av $x + y \geq 0$, $y \leq 0$, $1 \leq x \leq 2$.

5. Beräkna ytintegralen
$$\iint_{\mathbf{S}} (1 + x + y)z\,\mathrm{d}S$$
då $\mathbf{S}$ är halvsfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$.

V.g.vänd

6. Låt (4p)

$$f(x,y) = a^3 e^{x-y} - a(x-y) + xy.$$

För vilka värden på konstanten a har f ett lokalt minimivärde i punkten $(0,0)$?

7. Bestäm, för de värden på konstanterna a och b för vilka fältet (4p)

$$\boldsymbol{F} = (y^{a+4} + (b+5)x^{b+4}y + (a+3)y^2 + 1,\ (a+4)xy^{a+3} + x^{b+5} + (b+4)x^2 + 2)$$

är konservativt, dess potentialfunktion.

8. Undersök om hela ytan (4p)

$$z = y - 2x + \sqrt{20 - 3x^2 - y^2}$$

ligger på samma sidan av planet $z = x + 2y - 13$.

9. Visa att skärningskurvan mellan ytan $x^3 + y^3 + z^3 + y = 0$ och planet $2x - y + z = 1$ kan lokalt parametriseras medelst en parameterframställning $\boldsymbol{r}(x) = (x, y(x), z(x))$. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till kurvan i punkten $(1,0,-1)$. (4p)

10. $\boldsymbol{A}$ är en symmetrisk 3×3–matris. Ett av $\boldsymbol{A}$:s egenvärden är lika med 2. För alla vektorer $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ sådana att $x - 2y + z = 0$ gäller att $\boldsymbol{A}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}$. Bestäm $\boldsymbol{A}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$. (4p)

Lycka till!

Lösningsförslag kommer att finnas på
http://www.math.kth.se/~bronek/amelia2/repetition/tentamen20060821.pdf
http://www.math.kth.se/math/GRU/Extentor/5B1133.html

Information om vilka som får skriva kompletteringsskrivningen kommer att finnas på
http://www.math.kth.se/~bronek/0506/amelia2/resultat.html