KTH Matematik

Tentamensskrivning, 2007–05–22, kl. 8.00–13.00.

5B1133, Analytiska metoder och linjär algebra 2, för BD, M, P, T.

Uppgifterna 1–5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd.

Uppgifterna 6–10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Preliminära betygsgränser:

A och 5:	godkänt på alla momenten 1–5 och 14–20 poäng på uppgifterna 6–10
B och 4:	godkänt på alla momenten 1–5 och 11–13 poäng på uppgifterna 6–10
C och 4:	godkänt på alla momenten 1–5 och 8–10 poäng på uppgifterna 6–10
D och 3:	godkänt på alla momenten 1–5 och 5–7 poäng på uppgifterna 6–10
E och 3:	godkänt på alla momenten 1–5 och 3–4 poäng på uppgifterna 6–10
F och U:	underkänt.

Tentamensbetyget gäller som betyg på hela kursen under förutsättning att man är godkänd på Inlämningsuppgifter v.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

1. I $\mathbf{R}^2$ med basvektorer $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y\}$ väljs vektorerna med koordinaterna $(1,2)$ respektive $(3,4)$ som nya basvektorer. Ange en ekvation i det nya systemet för den räta linje som i det gamla systemet har ekvationen $2x - y = 2$.

2. Beräkna riktningsderivatan av funktionen
$$f(x,y,z) = \frac{4xz}{y+z^2} + 4x\sqrt{x+2y+z}$$
i punkten $(1,1,1)$ i riktning av vektorn $(2,–2,1)$.

3. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen
$$f(x,y) = x^3 - y^2 - 7x^2 + 2xy + 9x$$
samt ange deras karaktär.

4. Beräkna arean av den del av ytan $z = x^2 + y$ för vilken $0 \le y \le \sqrt{2+4x^2}$, $0 \le x \le 1$.

5. Beräkna linjeintegralen
$$\int_\Gamma xy^2\,\mathrm{d}x + 5x^2y\,\mathrm{d}y$$
då Γ är triangeln med hörn i punkterna $(0,0)$, $(0,1)$ och $(1,1)$. Triangeln genomlöps i positiv led.

V.g.vänd

6. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_{\mathbf{D}} (y + 1)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

där $\mathbf{D}$ är det ändliga område som begränsas av linjerna $y = x$, $y = -1$, $y = 2$ och $x = 0$. (4p)

7. Beräkna flödesintegralen

$$\iint_{\mathbf{S}} (4y,\ -3x,\ z + x^2) \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\ \mathrm{d}S$$

där $\mathbf{S}$ är den del av ytan $z = 3x^2 + 4y^2$ där $x^2 + y^2 \leq 1$. Enhetsnormalen $\hat{\boldsymbol{n}}$ har positiv z–komponent. (4p)

8. Visa att funktionen

$$f(x,y) = y + 2\sqrt{y - x^2} - 2\sqrt{1 - y}$$

antar ett största och ett minsta värdet och bestäm dessa værden. (4p)

9. Betrakta funktionen (4p)

$$f(x,y) = (2x - 3y)\mathrm{e}^{x-y}.$$

a. Bestäm Taylorpolynomet av första graden till f kring punkten $(3,2)$.

b. Beräkna derivatan $\dfrac{\partial^{48} f(0,0)}{\partial x^{25}\partial y^{23}}$.

10. En matris $\boldsymbol{A}$ uppfyller vilkoret $\boldsymbol{A}^2 = \boldsymbol{A}$. Bevisa att endast 0 och 1 kan vara egenvärden till $\boldsymbol{A}$. (4p)

Lycka till!

Lösningsförslag kommer att finnas på
http://www.math.kth.se/~bronek/amelia2/repetition/tentamen20070522.pdf
http://www.math.kth.se/~tranberg/5B1133.Extentor.html

Informationen om kompletteringsskrivningen kommer att finnas på
http://www.math.kth.se/~bronek/0607/amelia2/resultat.html