

5B1134 Matematik och modeller
Tentamen den 11 oktober 2004

Skrivtid: 14.00-17.00

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare med sifferdisplay och utdelat formelblad

Examinator: Mats Boij

Uppgifterna bedöms med upp till 12 poäng. Ett resultat från den löpande examinationen kan tillgodoräknas istället för motsvarande uppgift. Både kontrollskrivningsresultat och tentamensresultat kommer att kunna tillgodoräknas vid kompletteringstentamen den 30 oktober 2004. Vid senare omtentamina under läsåret kommer enbart kontrollskrivningsresultat att kunna tillgodoräknas.

För att få ett godkänt betyg på tentamen krävs minst 6 poäng på varje uppgift. Betyget ges då enligt följande

ECTS	3,4,5	Poäng
A	5	42-48
B	4	35-41
C	4	30-34
D	3	27-29
E	3	24-26

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl! Presentationen ger upp till 3 poäng på varje uppgift.

1. Två av sidlängderna i en triangel är 8 m och 13 m. En av vinklarna är 60° .

a) Bestäm alla möjliga värden för den tredje sidans längd. (4)

b) Hur stor kan triangelns area maximalt vara? (3)

c) I en rätvinklig triangel delar en linje den räta vinkeln i två vinklar som är 30° , respektive 60° . Linjen delar hypotenusan i två längder som är 8 cm respektive 2 cm. Hur långa är kateterna i triangeln? (2)

2. a) Bestäm samtliga lösningar till ekvationen

$$\sin\left(\frac{2x - \pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (3)$$

- b) Bestäm den minsta positiva lösningen till ekvationen

$$1,2 \sin x + 1,4 \cos x = 0,54$$

med två gällande siffrors noggrannhet. (4)

- c) Använd sinussatsen för att härleda additionssatsen för sinus i det fall då alla inblandade vinklar ligger mellan 0° och 180° . (2)

3. a) Derivera funktionen

$$f(x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}}.$$

Var noggrann med att ange vilka deriveringsregler som används och hur de används. (3)

- b) Bestäm det största och det minsta värdet för funktionen

$$g(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$$

på intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$. Skissera också grafen för funktionen på samma intervall. (4)

- c) Härled derivatan av $\tan x$ direkt från definitionen av derivata. (Ledning: Använd att $(\sin x)/x$ går mot 1 när x går mot noll.) (2)

4. a) Kurvorna $y = e^{2x}$ och $y = e^{-2x}$ avgränsar tillsammans med linjen $x = \ln(2)$ ett område i planet. Beräkna arean av detta område. (3)

- b) Beräkna integralen

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx.$$

med hjälp av variabelbyte. (3)

- c) Bestäm det värde på konstanten a som minimerar

$$\int_0^\pi (ax - \sin x)^2 dx. \quad (3)$$