

5B1134 Matematik och modeller
Tentamen den 12 januari 2005

Skrivtid: 8.00-11.00

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare med sifferdisplay och utdelat formelblad

Examinator: Mats Boij

Uppgifterna bedöms med upp till 12 poäng. Kontrollskrivningsresultat från ht 2004 kan tillgodoräknas istället för motsvarande uppgift.

För att få ett godkänt betyg på tentamen krävs minst 6 poäng på varje uppgift. Betyget ges då enligt följande

ECTS	3,4,5	Poäng
A	5	42-48
B	4	35-41
C	4	30-34
D	3	27-29
E	3	24-26

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl! Presentationen ger upp till 3 poäng på varje uppgift.

- I en triangel är två av sidlängderna 7 respektive 8 längdenheter och vinkeln mellan dessa sidor är 120° . Bestäm den tredje sidans längd och triangelns area. **(3)**
 - Bestäm sidlängderna i en triangel där vinklarna är 34° , 57° och 89° och triangelns area är 44 cm^2 . Ange svaren med två värdesiffror. **(3)**
 - Två tangenter till en cirkel med radie r möts vid en vinkel av 45° . Hur stor är arean av det område som ligger mellan tangenterna och cirkeln? **(3)**
- Bestäm samtliga lösningar till ekvationen

$$\sin\left(5x - \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \mathbf{(3)}$$

- Bestäm ett närmevärde med två gällande siffror till den minsta positiva lösningen till ekvationen

$$\sin x + 2 \cos x = \sqrt{2} \quad \mathbf{(4)}$$

c) Bestäm samtliga lösningar till ekvationen

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0.$$

(2)

3. a) Beräkna derivatan av funktionen

$$f(x) = \sqrt{1 - e^{-2x} \cos(x)}$$

som är definierad för $x \geq 0$. Var noggrann med att ange vilka deriveringsregler som används och hur de används. (3)

b) Använd Newton-Raphsons metod för att bestämma ett närmevärde till nollstället till funktionen $f(x) = \sin(x) + x - 1$. Utför två iterationer med startvärde $x = 0$. och ange nollstället med korrekt antal gällande siffror. (4)

c) Härled formeln för derivatan av en produkt av två deriverbara funktioner. (2)

4. a) Kurvan $f(x) = \sin(x)$ avgränsar tillsammans med dess tangenter i punkterna $x = 0$ och $x = \pi$ ett område i planet. Beräkna arean av detta område. (4)

b) Samma område roterar kring x -axeln. Beräkna volymen av den rotations kropp som bildas. (3)

c) Beräkna integralen

$$\int_0^1 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$$

med hjälp av ett variabelbyte. (2)