

KTH Matematik
Hans Thunberg

Tentamen 18/12 2008 kl 8-13
SF1622/5B1142 Envariabelanalys och Linjär Algebra

Tentamen består av två delar.

Del I utgörs av sex uppgifter som ger maximalt 4 poäng vardera. Uppgifterna 1 - 3 motsvaras av de tre lappskrivningarna; den som är godkänd på lappskrivning n erhåller automatiskt full poäng på uppgift nr n , och skall alltså inte lösa denna uppgift vid tentamenstillfället.

Del II består av fyra uppgifter som ger maximalt 4 poäng vardera. För de högre betygen (A, B, C alt. 4, 5) krävs att man löser en viss del av dessa uppgifter. Under kursens gång har funnits möjlighet att erhålla maximalt 3 bonuspoäng till del II. Dessa utfaller först då godkänt resultat redan har uppnåtts.

För full poäng på en uppgift krävs en fullständig, väl strukturerad och motiverad lösning.

Följande betygsgränser är preliminära och kan komma att justeras något.

- A och 5: 35 poäng, varav minst 12 poäng från del II.
- B och 4: 28 poäng, varav minst 8 poäng från del II.
- C och 4: 22 poäng, varav minst 4 poäng från del II.
- D och 3: 18 poäng
- E och 3: 16 poäng.
- Fx (underkänt med möjlighet att komplettera till betyg E): 14 poäng

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lycka till!

Del I

- (1) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + xe^x}{3x}$$

- (2) Beräkna arean av området som begränsas av x -axeln, kurvan $y = (\ln x)^2/x$ samt linjerna $x = 1$ och $x = e$.
- (3) Bestäm skärningspunkten mellan linjen L ,

$$L : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

och det plan som går igenom punkten $(5, 6, 0)$ och är ortogonalt mot L .

- (4) Avgör om funktionen $f(x) = 3\sqrt{x} - x^{3/2}$ har något största respektive minsta värde på det slutna intervallet $[0, 4]$, och beräkna i förekommande fall dessa. Besvara också samma fråga på det öppna intervallet $(0, 4)$.
- (5) En 2 meter lång tråd är spänd längs punkterna 0 och 2 på x -axeln. Trådens densitet varierar enligt formeln $\rho(x) = \frac{10}{4+x^2}$ [g/m]. Beräkna trådens vikt.
- (6) Beräkna determinanten

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Del II

- (7) Ange en andra ordningens linjär differentialekvation som har allmän lösning $y(x) = (Ax + B)e^{3x} + \sin x$.
- (8) Bestäm alla primitiva funktioner till $R(x) = \frac{5x^2 + x + 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$.
- (9) Visa att $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n} \leq \frac{3}{e}$.
Om du endast visar att $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$ är konvergent får du 2 poäng på denna uppgift.
- (10) Lektor Bergthun påstår i en föreläsning för civilingenjörsprogrammet Valfri Utgång att funktionen

$$f(x) = \frac{7x^2 - 3x + 2 + \arctan x}{x}$$

kan approximeras med en linjär funktion $L(x) = ax + b$ för stora värden på x , och att detta kan göras så att approximationsfelet säkert är mindre än 0.04 för alla $x > 100$. Rätt eller fel?