

KTH Matematik
Examinator: Lars Filipsson

Tentamen i 5B1143 Matematik 1 del A
för CL den 11 oktober 2006 kl 8-13

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Uppgifterna 1,2 och 3 svarar mot var sin lappskrivning i kursen och man ska bara lösa dem av dessa uppgifter som svarar mot lappskrivningar man inte blivit godkänd på. Den som är godkänd på en viss lappskrivning får automatiskt 4 poäng på motsvarande uppgift. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Preliminär gräns för godkänt är 14 poäng. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

1. Finn alla reella tal x som uppfyller ekvationen $|x + 1| + |2x - 6| = 10$.

2. Två personer har löst samma uppgift på olika sätt och fått svaren

$$-\frac{x}{2} + \ln x \quad \text{respektive} \quad \ln[x(\sqrt{1+e^x} - \sqrt{e^x})] + \ln(\sqrt{1+e^{-x}} + 1).$$

Måste någon av dem ha fel?

3. Om $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ — vilka värden kan då $\sin x$ anta?

4. Bestäm alla reella tal x som uppfyller olikheten $\frac{x^3 + 5x^2 - 3x - 22}{x - 2} \leq 1$.

5. Betrakta polynomet $p(x) = \left(\frac{x}{2} + 2\right)^{10}$. Om $p(x)$ skrivs på standardform — vad är då koefficienten framför x^6 ? Svaret ska förkortas så långt möjligt.

6. Visa att $\frac{1}{1 - e^{iv}} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2} \cot \frac{v}{2}$. Gäller formeln för alla v ?

7. Låt $f(x) = \frac{x}{3} - \frac{x^3}{3}$. Påstående: För varje heltal n är $f(n)$ är ett jämnt heltal. Bevisa eller motbevisa!