KTH Matematik
Gunnel Roman

Tentamen i Matematik I, del B för CL, SF1623.

Dag och tid: Måndag den 2 feb 2009 kl 14.00 – 19.00.

Inga hjälpmedel.

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.
Uppgifterna 1 - 3 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer 3 + j ger automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte skall lösas).
Uppgifterna 4 - 6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter.
Uppgifterna 7 - 10 är mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.
Preliminära betygsgränser:
A - 34 poäng varav minst 9 VG-poäng
B - 29 poäng varav minst 7 VG-poäng
C - 23 poäng varav minst 3 VG-poäng
D - 18 poäng, E - 17 poäng och Fx - 14 poäng.

Lycka till!!

1. Beräkna gränsvärdet $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{2}{n^2})^{3n^2}$.

2. Beräkna integralen $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x \sin^3 x\,dx$.

3. Lös differentialekvationen $y''+2y'-3y=e^{-3x}$.

---G – Uppgifter-----------------------------------

4. Bestäm tangentens ekvation i punkten $(1,1)$ då $y(x)$ definieras av sambandet $x(1+\ln x)=y+\ln y^2$.

5. Beräkna integralen $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$.

6. Bestäm a så att avståndet från punkten (2,1,1) till planet $x+y-z+a=0$ blir $\sqrt{3}$.

---------------------------------------VG-uppgifter--

7. Bestäm värdemängden för funktionen $f(x)=\sqrt{x}e^{\frac{-\sqrt{x}}{2}}$.

8. Man vet att tre hörn i en parallellogram är A: (0,1,0) , B: (1,0,0) och C: (0,0,2) . I vilka punkter kan det fjärde hörnet D ligga? Bestäm arean av parallellogrammen i samtliga dessa fall.

9. En funktion $f(x)$ definieras enligt följande:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x\sin x^3}{\ln(1+x^b)} & x \neq 0 \\ 1 & x=0 \end{cases} .$$

Bestäm b så att funktionen blir kontinuerlig för $x=0$.

10. Använd definitionen, $\ln x = \int_1^x \frac{dt}{t}$, $x>0$, för att bevisa sambandet $\ln xy = \ln x + \ln y$, $x>0$, $y>0$.

Ledning: Derivera (med avseende på x) .