KTH Matematik
Gunnel Roman

Tentamen i Matematik I, del B för CL, SF1623.

Dag och tid: Måndag den 1 februari 2010 kl 14.00 – 19.00.

Inga hjälpmedel.

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.
Uppgifterna 1 - 3 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer $3 + j$ ger automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte skall lösas).
Uppgifterna 4 - 6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter.
Uppgifterna 7 - 10 är mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.
Preliminära betygsgränser:
A - 35 poäng varav minst 9 VG-poäng
B - 30 poäng varav minst 7 VG-poäng
C - 25 poäng varav minst 3 VG-poäng
D - 21 poäng, E - 19 poäng och Fx - 16 poäng.

Lycka till!!

1. Bestäm $f'(x)$ då $f(x) = \arctan\left(\dfrac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}\right)$. Förenkla svaret så långt som möjligt.

2. Taylorutveckla $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ omkring $x = 1$ t.o.m. andragradstermen.

3. Bestäm arean av den triangel som har hörn i punkterna (1,1,2), (3,2,0) och (-2,1,4).

---------------------------------------G – Uppgifter-----------------------------------

4. Funktionen f definieras genom $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}-x}{x-x^2}$, $x\neq 0$, $x\neq 1$.
Bestäm $f(0)$ och $f(1)$ så att f blir kontinuerlig där.

5. Visa att $\ln x \leq x^2 - x$ för $x>0$.

6. Beräkna integralen $\displaystyle\int_0^1 \frac{x\,dx}{\sqrt{2+2x^2-x^4}}$.

---------------------------------------VG-uppgifter---

7. Bestäm en ekvation för det plan som går genom punkten (1,-1,1) och linjen
$x = 2y-1 = 3z-2$.

8. Beräkna integralen $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin^3 x}{4-\cos^2 x}\,dx$.

9. Skissera kurvan $y=\sqrt{\dfrac{2}{x}e^{-\frac{1}{x}}}$, $x>0$. Ange ev. asymptoter samt lokala max och min. Undersök särskilt kurvans utseende nära $x=0$ genom att beräkna gränsvärdet för $y(x)$ och $y'(x)$ då $x\to 0^+$.

10. Formulera differentialkalkylens medelvärdessats. Ange alla förutsättningar.
Använd satsen för att visa att om $f'(x)$ är positiv i ett intervall så är $f(x)$ växande där.