

**Tentamen i Matematik I, del B för CL, SF1623.**

Dag och tid: Onsdag den 2 juni 2010 kl 08.00 – 13.00.

Inga hjälpmedel.

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.

Uppgifterna 1 - 3 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer  $3 + j$  ger automatiskt 4 poäng på uppgift  $j$  (som då inte skall lösas).

Uppgifterna 4 - 6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter.

Uppgifterna 7 - 10 är mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.

Preliminära betygsgränser:

A - 35 poäng varav minst 9 VG-poäng

B - 30 poäng varav minst 7 VG-poäng

C - 25 poäng varav minst 3 VG-poäng

D - 21 poäng, E - 19 poäng och Fx - 16 poäng.

Lycka till!!

1. Har funktionen  $f(x) = xe^{-2x}$  i intervallet  $0 \leq x \leq 1$  ett största och ett minsta värde? Beräkna dessa i förekommande fall.

2. a) Beräkna integralen  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$  . (2 p)

b) Bestäm alla primitiva funktioner till  $f(x) = x \cos x^2$  . (2 p)

3. Ett plan  $S$  går genom punkterna  $P=(1,0,2)$ ,  $Q=(3,3,3)$  och  $R=(4,-1,0)$ .

a) Bestäm en ekvation för planet  $S$  . (2 p)

b) Beräkna arean av triangeln PQR. (1 p)

c) Ange en ekvation för den linje som passerar genom R och är vinkelrät mot planet  $S$  . (1 p)

-----G – Uppgifter-----

4. Bestäm den funktion  $y = y(x)$  som uppfyller  
 $y'' + 4y' + 13y = 26x - 5$  då  $y(0) = 10$ ,  $y'(0) = 40$ .
5. Bestäm talen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sådana att polynomet  $p(x) = a + bx + cx^2$  blir en bra approximation till funktionen  $f(x) = \arctan 2x$  för  $x$  nära 0. (Med "bra approximation" menas här att det skall gälla att  $f(x) = p(x) + O(x^3)$ ).
6. Rita kurvan  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  i ett rätvinkligt koordinatsystem. En rät linje parallell med y-axeln skär positiva x-axeln och begränsar tillsammans med kurvan och koordinataxlarna ett område med arean 1 areaenhet.
- a) Bestäm koordinaterna för skärningspunkten på x-axeln. (2 p)
- b) Bestäm volymen av den kropp som alstras då området ovan roterar kring x-axeln. Förenkla ditt svar. (2 p)

-----VG-uppgifter-----

7. Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sqrt{1+x^2} \sin x}{x^2 \sin x}$ .
8. Skissera grafen till funktionen  $h(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ . Bestäm och klassificera alla kritiska punkter och ange alla asymptoter. Ange också var funktionen är växande resp. avtagande.
9. I ett rätvinkligt koordinatsystem är  $P = (a, b)$  en punkt på kurvan  $y = x \sin x$ ,  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ . Kurvans normal i P skär y-axeln i punkten  $(0, N(a))$ . Beräkna  $\lim_{a \rightarrow 0} N(a)$ .
10. Finns det något tal  $x < 1$  sådant att  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \ln x > 1000$  ?  
Ditt svar måste vara väl motiverat, endast ja eller nej ger inga poäng.