KTH-Matematik

Tentamenskrivning, 2006-12-19, kl. 08.00-13.00
5B1146, linjär algebra med geometri för IT och ME (5p)

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 11, 16 och 21 poäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförkaras **Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (kladdpaper skall inte lämnas in)**
Inga hjälpmedel

3-poängsuppgifter

Den som blivit godkänd på KS X , $1 \leq X \leq 3$, hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X, så skall motsvarande tal X inte räknas om

1. Ett plan går genom punkten $(3,1,-1)$ och är parallell med linjerna $\boldsymbol{p}(t) = (3-t, 2-2t, 1+2t)$ och $\boldsymbol{r}(t) = (2+t, 3-2t, 1+t)$. Bestäm planets ekvation.

2. Ange alla a–värden för vilka ekvationssystemet $\begin{cases} 3x + 2y + az = a \\ x + y + z = 1 \\ x - ay + 2z = 2 \end{cases}$ har exakt en lösning.

3. Bestäm en ON- matris P och en diagonal matris D så att $A = PDP^t$ där $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4-poängsuppgifter

4. Bestäm $\left(\mathbf{A}^{\mathbf{t}} + \mathbf{A}^{-1}\right)^{\mathbf{t}} \mathbf{A}^{\mathbf{t}}$, där $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Tips. $(AB)^t = B^t A^t$.

5. Bestäm kurva $y = ax + b\ln x$ som bäst approximerar punkterna $(1,-1),(2,0)$ och $(4,1)$ i minstakvadratmetodens mening.

6. Bestäm matrisen A för den linjära avbildning från $\mathbb{R}^3$ till $\mathbb{R}^3$ som projicerar en godtycklig vektor $\vec{u} \neq \vec{0}$ i $\mathbb{R}^3$ vinkelrätt på linjen $(x,y,z) = t(1,-1,1)^t$.
Ange även bilden av vektorn $\vec{u} = (3\ 4\ 5)^t$.
Tips. Sök den ortogonala projektionen av $\vec{u} \neq \vec{0}$ på linjen.

7. Visa att om en symmetrisk, $\mathbf{A}$ satisfierar $\mathbf{A}^2 = \mathbf{0}$, så är $\mathbf{A} = \mathbf{0}$.
Tips. Jämför med tal 3.

Lycka till