KTH-Matematik

Tentamenskrivning, 2007-12-15, kl. 08.00-13.00
SF1624, linjär algebra med geometri för CINTE1(IT) och CMIEL1(ME) (7,5hp)

Preliminära gränser. För godkänd (betyg E) krävs minst 16 poäng. För övriga betyg är gränsen 19p för D, 23p för C, 27p för B samt 31p för A. Den som får 15p (Fx) erbjuds möjlighet till komplettering till betyg E. Kontakta i så fall läraren.
Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. **Lösningsförslaget skall textförklaras Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (Kladdpaper skall inte lämnas in.)**
Inga hjälpmedel!
Den som blivit godkänd på KS X , $1\leq X \leq 3$, hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X, så skall motsvarande tal X inte räknas om.

3-poängsuppgifter

1. Bestäm den ortogonala projektionen av vektorn $\boldsymbol{u}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ på planet $2x+y-z=0$.

2. Bestäm alla skärningspunkter mellan planen $3x+2y+z=2$, $x+2y-z=2$ och $x-y+2z=-1$.

3. Vektorerna **u** och **v** har i en bas $\{\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2\}$ koordinaterna $\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ respektive $\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$. Vektorn **w** har i samma bas koordinaterna $\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}$. I en ny bas $\{\mathbf{f}_1,\mathbf{f}_2\}$ har **u** och **v** koordinaterna $\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ respektive $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$. Vilka är koordinaterna för **w** i basen $\{\mathbf{f}_1,\mathbf{f}_2\}$?

4. Ekvationen $z^3+z+10=0$ har en rot $z=1+2i$. Bestäm samtliga rötter.

5. Bestäm alla lösningar till matrisekvationen $\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

Var god vänd

4-poängsuppgifter

6. Ange den parabel $y = ax^2 + bx + c$ som i minstakvadratsmening ansluter så nära som möjligt till punkterna $(-1,6),(0,-4),(1,2)$ och $(2,4)$.

7. Avgör om vektorerna $\begin{pmatrix}1\\2\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix}2\\1\\0\\1\end{pmatrix}$ bildar en bas för rummet $\mathbb{R}^4$.

8. Den symmetriska matrisen $A = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & -1\\0 & -1 & 1\end{pmatrix}$ har egenvektorerna $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$.

Bestäm en ON-matris P som överför matrisen A till en diagonal matris D. Bestäm matrisen D.

9. Visa med induktion att $8^n + 6$ är jämnt delbart med 7 för $n = 0, 1, 2, \ldots$

10. En symmetrisk $n\text{x}n-$matris A har alla egenvärden lika med 1.
Visa att A är enhetsmatrisen.