KTH-Matematik
Tentamenskrivning, 2009-06-03, kl. 08.00-13.00
SF1624, linjär algebra med geometri för CINTE1och CMIEL1 samt CSAMH1 (7,5hp)
Göran och Karim

Preliminära gränser. Registrerade på kursen SF1624 får graderat betyg enligt skalan A (högsta betyg), B, C, D, E (lägsta godkända betyg), F (underkänt). Betygsgränserna är
26-28p för betyg A;23-25p för betyg B;20-22p för betyg C;17-19p för betyg D;14-16p för betyg E.
Den som fick 13p får tillfälligt betyg Fx som kan kompletteras till betyg E. Om kompletteringen misslyckas förvandlas betyget Fx till F. Kontakta i så fall läraren!
De som är redan registrerade på 5B1146 får betyg 5, 4, 3,K, U enligt det gamla systemet. Betygsgränserna då är
26p för betyg 5;22p för betyg 4;14p för betyg 3. Den som fick 13p får tillfälligt att kompletteras till betyg 3

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförklaras. Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (Kladdpaper skall inte lämnas in.)
Inga hjälpmedel!
Den som blivit godkänd på KS X, 1<X<4 hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X, så skall motsvarande tal X inte räknas om.

3-poängsuppgifter

1. (För alla program utom CSAMH1)
Givet är punkterna O, A och B. På sträckan AB ligger punkten C fyra gånger så långt från B som från A. Bestäm talen α, β så att $\overrightarrow{OC} = \alpha \cdot \overrightarrow{OA} + \beta \cdot \overrightarrow{OB}$

1. (Endast för CSAMH1)
Visa med hjälp av den matematiska induktionen att för alla heltal $n \geq 1$ gäller likheten

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$$

2. (För alla program utom CSAMH1)

Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + 5y + 6z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 3 \\ 3x + 5y + 4z = 4 \end{cases}$.

2. (Endast för CSAMH1)

Givet är punkterna O, A och B. På sträckan AB ligger punkten C fyra gånger så långt från B som från A. Bestäm talen α, β så att $\overrightarrow{OC} = \alpha \cdot \overrightarrow{OA} + \beta \cdot \overrightarrow{OB}$.

3. a) Undersök om vektorn $(5,1,5,7)^t$ kan skrivas som en linjärkombination av vektorerna $(1,2,1,2)^t$ och $(1,-1,1,1)^t$.
b) Är vektorerna $(1,2,1,2)^t$, $(1,-1,1,1)^t$ och $(5,1,5,7)^t$ linjärt oberoende?

4. Visa att ekvationen $5x^2 - 4xy + 2y^2 = 1$ i xy–planet beskriver en ellips.
Bestäm dess axelriktningar.

Var god vänd

4-poängsuppgifter

5. Bestäm det komplexa talet a så att ekvationen

$z^3 + (2 - \mathrm{i})\, z^2 + (1 - 10\mathrm{i})\, z + a = 0$ får roten $z = \mathrm{i}$.

Lös med det funna a ekvationen fullständigt.

6. Lös ekvationen $B^{-1}XA = -B^{-1}X + 2I$

där $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Givet är punkten $P = (1,0,-2)$ och planet $x - y + 2z - 3 = 0$. Låt O vara origo och Q vara den punkt i detta plan som är närmast P . Bestäm arean av triangeln OPQ.

8. Matrisen A har egenvärdena 0,1 och 2. Visa att matrisen $A+I$ är inverterbar.