KTH Teknikvetenskap

SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Torsdagen den 7:e juni, 2012

Skrivtid: 8:00-13:00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Tomas Ekholm

Tentamen består av nio uppgifter som vardera ger maximalt fyra poäng. De tre första uppgifterna, som utgör del A, kan ersättas med resultat från den löpande examinationen under period 1–2, period 2, period 2–3 (ej period 1), 2011–2012. De två kontrollskrivningarna svarar mot uppgift 1 och 2 och seminarierna mot uppgift 3. Godkänd kontrollskrivning ger 3 poäng på motsvarande uppgift och väl godkänd kontrollskrivning ger 4 poäng. Varje godkänt seminarium ger 1 poäng på uppgift 3. Det är maximum mellan resultatet från den löpande examinationen och resultatet på motsvarande uppgift på tentamen som räknas. Resultat från den löpande examinationen kan endast tillgodoräknas vid ordinarie tentamen och ordinarie omtentamen för den aktuella kursomgången.

De tre följande uppgifterna utgör del B och de tre sista uppgifterna del C, som är främst till för de högre betygen, A, B och C.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

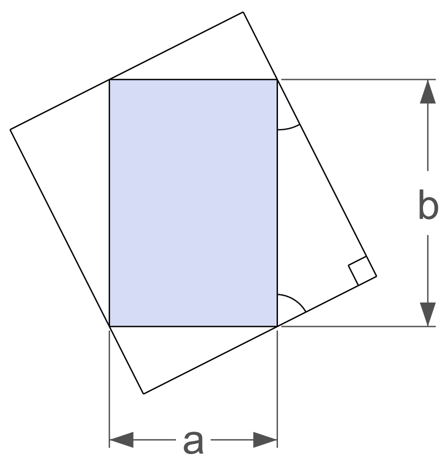
Var god vänd!

DEL A

1. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' + 6y' + 9y = 0$, med $y(0) = -1$ och $y'(0) = 1$.
2. Bestäm integralen
$$\int_{-\infty}^{0} \frac{e^x}{1+e^x}\, dx.$$
3. En partikel startar i vila och rör sig utefter en rät linje med accelerationen $100 \cos t$ m/s^2 vid tiden t s. Vilken är partikelns hastighet och position vid tiden $t = 3$ s?

DEL B

4. Visa att ekvationen $8x^3 - 36x^2 + 46x = 15$ har minst en rot i vart och ett av intervallen $]0, 1[$, $]1, 2[$ och $]2, 3[$.
5. Bestäm den största arean man kan få av en rektangel som kan beskrivas så att varje sida går genom var sitt hörn av en annan rektangel med sidlängderna a och b.



6. Bestäm eventuella största och minsta värde till funktionen $f(x) = x^3 e^{-x}$.

DEL C

7. Låt f vara en integrerbar funktion och låt $S : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ vara definierad av
$$S(x) = \int_0^x f(t)\,dt.$$
Visa med hjälp av derivatans definition att $S' = f$. (Detta är Analysens huvudsats.)

8. Låt $f(x) = \cos(2x^2)$. Bestäm en Taylorutveckling p av f kring $x = 0$ sådan att $|f(x) - p(x)| < 10^{-6}$ för alla $x \in]-0.1, 0.1[$.

9. Visa att
$$\frac{\pi}{20} \leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 100} \leq \frac{\pi}{20} + \frac{1}{100}.$$