KTH-Matematik
Tentamenskrivning, 2007-05-24, kl. 14.00-19.00
5B1148, flervariabelanalys för IT och ME (5p)

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 14, 19 och 24 poäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförkaras **Bristande läsbarhet medför poängavdrag.**
(kladdpaper skall inte lämnas in)
Inga hjälpmedel

Den som blivit godkänd på KS X , $1\le X \le 4$, hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X, så skall motsvarande tal X inte räknas om

3-poängsuppgifter

1. Bestäm riktningsderivatan till funktionen $f(x,y) = \dfrac{2x-y}{3y-5x}$ i punkten (1,2) i riktning mot punkten (4,–2). Ange den riktning $\boldsymbol{v}$ i vilken riktningsderivatan $f'_{\boldsymbol{v}}(1,2)$ är störst och beräkna detta största värde.

2. Visa att funktionen $\mathbf{f}\,(x,y) = (xy\,, \ln(\frac{x}{y}))$ är inverterbar i någon omgivning av punkten $(x,y) = (1,1)$. Ange inversens Jacobimatris svarande mot denna punkt.

3. Låt $\Omega = \left\{(x,y,z) : \sqrt{x^2+y^2} \le z \le 1\right\}$. Beräkna massan av kroppen Ω med varierande densiten $f(x,y,z) = z$.

4. Beräkna kurvintegralen $\oint_\Gamma \left(x^3 - x^2y\right)dx + xy^2dy$ tagen ett varv i positiv led längs cirkeln $\Gamma : x^2 + y^2 = 4$.

4-poängsuppgifter

5. Låt kroppen Ω vara den del av enhetsklotet $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$, som ligger inom en kon med spets i origo. Konens halva toppvinkel=$\dfrac{\pi}{4}$ och den har den positiva $z-$axeln som axel.
Beräkna massan av kroppen Ω med varierande densiten $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

(Tips: t.ex inför sfäriska koordinater)

6. Bestäm största och minsta värde av funktionen
$f(x,y) = \sqrt{y-x^2} + \sqrt{3-2x-y}$ på $D(f) = \{(x,y) : y \ge x^2 \ , 2x + y \le 3\ \}$ **.**

7. Beräkna $\displaystyle\int_\gamma \frac{(2y+4)dx - (2x-4)dy}{(y-x+4)^2}$ längs cirkelbågen $x^2 + y^2 = 9$, $y \ge 0$, från punkten (3,0) till punkten (–3,0) och därifrån rätlinjigt till punkten $(0,-3)$.

8. Kan volymen av en rätvinklig parallellepiped vara 6 om dess diagonal har längden 3 ?

Bonne chance!