KTH-Matematik
Tentamenskrivning, 2007-08-24, kl. 14.00-19.00
5B1148, flervariabelanalys för IT och ME (5p)

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 14, 19 och 24 poäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförkaras **Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (kladdpaper skall inte lämnas in)**
Inga hjälpmedel

Den som blivit godkänd på KS X , $1\le X\le 4$, hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X, så skall motsvarande tal X inte räknas om

3-poängsuppgifter

1. Bestäm $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ då funktionen z definieras genom $z = f(u,v), u = 3x+2y$ och $v = 3x-2y$.
Vi forytsätter att funktionen f har kontinuerliga partielle derivator av den ordning man behagar.

2. Bestäm lokala extrempunkter (och deras karaktär) till funktionen
$f(x,y) = 4x^4 - 2xy - 7x^2 + y^2$.

3. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av paraboloiderna
$z = 3x^2 + 4y^2$ och $z = 2x^2 + 3y^2 + 4$

4. Beräkna $\int_\Gamma \left(\dfrac{2x}{x^2+y} + 1 \right) dx + \left(\dfrac{1}{x^2+y} + 1 \right) dy$ tagen längs halvcirkeln Γ med ekvationen

$x^2 + y^2 = 1, y \ge 0$ från (-1,0) till (1,0).

4-poängsuppgifter

5. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x,y) = 6 + x^2 - 3y^2 - 3\ln\left(1 + x^2 + y^2\right)$ där $x^2 + y^2 \le 1$.

6. Undersök om volymen till kroppen med basytan $D = \left\{(x,y) : x \ge 0, y \ge 0\right\}$ och höjden
$f(x,y) = \dfrac{1}{x^2 + y^2 + 1}$ är ändlig.

7. Låt $\Omega = \left\{(x,y,z) : \sqrt{x^2+y^2} \le z \le 1\right\}$.Dvs en kon med spets i origo och begränsas av planen
z=0 och *z=1*. Beräkna massan av kroppen Ω med varierande densiten $f(x,y,z) = z$

8. Låt f vara en godtycklig, deriverbar funktion av en variabel.
Visa att alla tangentplan till ytan $z = xf\left(\dfrac{y}{x}\right)$ går genom en och samma punkt.