KTH Matematik,
Olle Stormark.

Tentamen i SF1626 Flervariabelanalys för E och M
09–03–13, kl. 8.00–13.00.

- Inga hjälpmedel.
- Du som har fått godkänt på kontrollskrivning i (där $i = 1, 2, 3, 4$) får automatiskt full poäng på tal i.
- Betygsgränser: 26–28 poäng ger betyget A, 23–25 poäng ger betyget B, 20–22 poäng ger betyget C, 17–19 poäng ger betyget D och 14–16 poäng ger betyget E.
- Om du har fått 13 poäng så får du betyget Fx och har då möjlighet att göra en kompletteringstentamen. Kontakta din lärare så fall. Mindre än 13 poäng ger betyget F = underkänt.
- För äldre teknologer ges betygen 5, 4, 3, K respektive U med krav som för A, B/C, D/E, Fx respektive F.

1. Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $x^3z + x^2 + yz^3 = 1$ i punkten $(1, -1, 1)$. (3p)
2. Bestäm de stationära punkterna till funktionen $f(x, y) = 2x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2$, samt undersök vilka typer av stationära punkter det är fråga om. (3p)
3. Beräkna volymen av den kropp som begräsas av ytorna $z = g(x, y) = 8 - 3x^2 - y^2$ och $z = h(x, y) = x^2 + 3y^2$. (3p)
4. Bestäm de punkter på kurvan $x^2 + xy + y^2 = 3$ som ligger närmast respektive längst bort från origo. (3p)
5. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 till funktionen $f(x, y) = xy - x - y - 2\cos(x - y)$ kring punkten $(x, y) = (1, 1)$, och använd sedan detta polynom för att avgöra om $f(x, y)$ har ett lokalt extremum i denna punkt. (4p)

6. Skissera först området

$$D = \{(x,y)\colon x > 0,\ y > 0,\ 1/x \le y \le 2/x,\ x \le y \le x+2\},$$

och beräkna sedan dubbelintegralen

$$\mathcal{I} = \iint_D xy(y^2 - x^2)\,dxdy. \qquad (4p)$$

7. Betrakta ekvationen $F(x,y) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 + xy + y^2 - x + 2y + 2 = 0$.

   (a) Lös ekvationen $F(1,y) = 0$, och använd sedan resultatet för att avgöra huruvida kurvan $\{(x,y)\colon F(x,y) = 0\}$ är grafen av en funktion. (1p)

   (b) Visa att kurvan $\{(x,y)\colon F(x,y) = 0\}$ *nära* punkten $(1,-1)$ *är* grafen av en funktion $y = f(x)$. (1p)

   (c) Härled Taylorpolynomet av grad 2 till funktionen $f(x)$ kring punkten $x = 1$. (2p)

8. Låt γ vara halvcirkelbågen $\{(x,y)\colon x^2 + y^2 = 1,\ y \ge 0\}$ från punkten $(1,0)$ till punkten $(-1,0)$. Beräkna kurvintegralen

$$\mathcal{I} = \int_\gamma \left(x^2y + \frac{y^3}{3} + ye^{xy} + 3\right) dx + (x + xe^{xy})\,dy. \qquad (4p)$$

Lycka till!
Jockum och Olle.