

**Tentamen i kurs SF1626 Flervariabelanalys måndagen den 24 maj 2010 kl 0800-1300.**

Tillåtet hjälpmedel : BETA Mathematics Handbook.

Tydliga lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar krävs för att undvika poängavdrag.

Uppgifterna poängsätts med maximalt fyra poäng vardera. Uppgifterna 1-3 svarar mot den kontinuerliga examinationen: Bonuspoäng från KS eller projekt nr  $n$  ( $n=1,2,3$ ) ger automatiskt 3-4 poäng på uppgift nr  $n$ . För högre betyg krävs att man samlar poäng på uppgifterna nr 7-10, så kallade VG-poäng.

Betygsgränser. A: 31p varav minst 11 VG-poäng, B: 26p varav minst 7 VG-poäng, C: 21p varav minst 3 VG-poäng, D: 18p, E: 16p, FX: 14p.

Lycka till!

1. Bestäm de stationära (kritiska) punkterna till funktionen  $f(x, y) = (y^2 - x^2)e^{-y}$  och avgör deras karaktär (lokalt max, lokalt min eller sadelpunkt).
2. Beräkna  $\iint_D \frac{x^2}{\sqrt{1+3xy}} dx dy$  där  $D$  är triangeln med hörn i punkterna  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  och  $(1,1)$ .
3. Avgör om planet  $8x - 6y - z = 1$  är ett tangentplan till ytan  $z = 3x^2 - 4xy + y^2$ .
4. Beräkna riktningsderivatan av funktionen  $f(x, y) = \frac{x+6y}{x+y}$  i punkten  $(1,0)$  i den riktning som ges av vektorn  $(4,3)$ . Finns det någon riktning i vilken riktningsderivatan i punkten  $(1,0)$  antar värdet 6?
5. Bestäm största och minsta värdet av funktionen  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 8y$  på cirkeln  $x^2 + y^2 - 6y = 0$ .
6. Beräkna volymen av det ändliga område som begränsas av paraboloiderna  $z = x^2 + y^2$  och  $z = 8 - (x^2 + y^2)$ .
7. Beräkna linjeintegralen  $\int_{\gamma} (e^x \sin y + 2y) dx + (e^x \cos y + 2x - 2y) dy$  där  $\gamma$  är ellipsbågen  $4x^2 + y^2 = 4$  från punkten  $(1,0)$  till punkten  $(0,2)$  i första kvadranten.

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen

$$f(x, y) = xy + \sqrt{4 - (4x^2 + y^2)} \quad \text{i dess största möjliga definitionsområde.}$$

9. Beräkna trippelintegralen  $\iiint_R xyz dx dy dz$  där  $R$  är den sneda pyramid som har spetsen i punkten  $(0,0,1)$  och kvadraten  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$  i  $xy$ -planet som basyta.

10. En skål har formen av den del av ytan  $z = 4(x^2 + y^2)$  som ligger under ytan  $z = x^2 + 3y^2 + 3$ . Man fyller skålen med vatten. Hur mycket vatten rymmer skålen innan det börjar rinna över?