KTH Matematik

Tentamensskrivning i Diff & Trans I, 5B1200 OCH 5B1220.
Lördagen den 30 oktober 2004, kl 0900-1400.

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.
Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.
Svaren skall ges på reell form.
Del 1 är avsedd för betyg 3 och omfattar 6 block(uppgifter).
För godkänt krävs att alla 6 block är godkända.
OBS!

GODKÄNDA BLOCK TILLGODORÄKNAS FRÅN SOMMARENS REPETITIONSKURS SAMT TILLHÖRANDE OMTENTAMEN HÖSTEN 2004.

OBS!
Detta sker enligt följande: Godkänt block nr i ger uppgift nr i godkänd, i=1, 2,...6.

<u>Del1.</u>

<u>Block1.</u>

I en populationsmodell är den <u>relativa</u> tillväxthastigheten , som funktion av antalet djur, $P(t)$, ett förstagradspolynom , nämligen en konstant, a, minus antalet djur gånger en annan konstant, b.

Konstanterna är positiva. Då erhålles $\dfrac{1}{P(t)}\dfrac{dP(t)}{dt} = a - bP(t)$.

Denna modell justeras genom att ett konstant antal djur per tidsenhet, h, avlägsnas.

Den justerade matematiska modellen blir $\dfrac{dP(t)}{dt} = (a - bP(t))P(t) - h$.

Låt konstanterna därefter vara 5, 1 respektive 4.
Studera långtidsbeteendet för olika startvärden på populationen.

<u>Block2.</u>

Bestäm allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' + 9y = \frac{36}{\sin 3x}\ ,\ 0 < x < \frac{\pi}{3}\ .$$

<u>Block3.</u>

Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + 2y' + 5y = 5U(t-3)$
som uppfyller villkoren $y(0) = 1$ och $y'(0) = 3$. Här är $U(t-3)$ Heavisides stegfunktion.

<u>Block4.</u>

Bestäm allmänna lösningen till systemet $\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\mathbf{X}$.

Vad händer med en partikel som placeras i punkten (3,4) efter lång tid?

<u>Block5.</u>

Bestäm villkor på den reella konstanten α så att (0,0) är en centrumpunkt för det linjära systemet

$$\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} -\alpha & 1 \\ -1 & \alpha \end{pmatrix}\mathbf{X}\ .$$

<u>Block6.</u>

Lös den partiella differentialekvationen $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{\partial u}{\partial t}$, $0 < x < \pi$, $t > 0$
som uppfyller randvillkoren $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $t > 0$
och begynnelsevillkoret $u(x,0) = 2\sin 3x + 7\sin 4x + \sin 7x$, $0 < x < \pi$.