

Tentamensskrivning i Diff & Trans I, 5B1200(5B1220).

Tisdagen den 5 juni 2007, kl 1400-1900.

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

Svaren skall ges på reell form.

Fordringar: 3: 16-23p; 4: 24-30p; 5: 31p-.

Uppgifterna: 1- 9 ger maximalt 4p vardera.

1. Lös samt ange maximalt lösningsintervall till begynnelsevärdesproblemet $xy - y^2 = y$, $y(1) = 3$.

2. Bestäm en fundamentalmatris till systemet $\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{X}$ samt ange den allmänna lösningen.

3. En kaka tas ur ugnen. Efter 10 minuter är kakan 105°C och efter 30 minuter är kakan 65°C . Vid vilken tidpunkt, kaktemperaturen är då 35°C , kan en smakbit erhållas?
Avsvlningshastigheten antas vara proportionell mot temperaturdifferensen $T - T_0$, där T_0 är rumstemperaturen 25°C och T är kakans temperatur i $^\circ\text{C}$.

4. Lös för $t \geq 0$ begynnelsevärdesproblemet $y'' + 4y' + 13y = e^{-2t} \cos 3t$, $y(0) = y'(0) = 0$.

5. Betrakta differentialekvationen $y' = y(y+1)(y-2)$.

Bestäm de stationära lösningarna och avgör lösningarnas stabilitet/instabilitet.

6. En lösning till differentialekvationen $ty' - (1+t)y + y = 0$, $t > 0$ ges av $y = e^t$.

Bestäm en bas för differentialekvationens lösningsrum samt ange den allmänna lösningen.

7. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen $u_x - u_y = u$

som uppfyller villkoret $u(x,0) = 5e^{-4x} + 3e^{-2x}$.

8. I ett tabellverk står att $s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi x)}{n^2}$ är lika med $\frac{\pi^2}{12}(3x^2 - 6x + 2)$, då $0 < x < 1$.

Beräkna $s(-8/3)$.

9. Studera systemet $\frac{dx}{dt} = y$
 $\frac{dy}{dt} = -x - x^2 + \frac{1}{2} - 3y^2$ genom att hitta alla kritiska punkter, bestämma

deras typ(nod, sadelpunkt, spiral, centrum) och avgöra huruvida de är stabila eller instabila.