

KTH Matematik
Lars Filipsson

Tentamen i 5B1201 Komplex analys den 7 juni 2007

Skrivtid 09.00-12.00. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Uppgifterna poängsätts med maximalt 5 poäng per uppgift. Minst 15 poäng totalt ger godkänt. Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Den som är godkänd på lappskrivning 1 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 1 nedan. Den som är godkänd på lappskrivning 2 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 2 nedan. Den som är godkänd på datorlaborationen får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 3 nedan. Kontrollera bonuslistan hos skrivningsvakten.

Lycka till!

1.

För vilka (x, y) är funktionen $v(x, y) = x^3y - y^3x - x^2 + y^2 + x$ harmonisk?
Finn alla funktioner $u(x, y)$ sådana att $u + iv$ är analytisk.

2.

Beräkna integralen $\int_{\gamma} \frac{z^2}{(z^2 + 1)(z - 2)^2} dz$, där γ är cirkeln $|z - 3| = 3/2$ tagen ett varv i positiv led.

3.

Hur många lösningar har ekvationen $e^z = 3z^2$ då $|z| < 1$?

4.

Avgör om det är sant att $f(z) = \frac{i - z}{i + z}$ är en Möbiusavbildning (boken: "bilinear transformation") som avbildar det inre av enhetscirkeln på högra halvplanet.