

TENTAMENSSKRIVNING

5B1202 DIFFERENTIALEKVATIONER OCH TRANSFORMER II, DEL 1

FREDAGEN DEN 18 MARS 2005, KL 8.00–13.00

Hjälpmedel: *BETA, Mathematics Handbook*. Tentamen består av 6 uppgifter som ger totalt högst 19 poäng. Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas. Preliminära betygsgränser: för betyg 3 krävs 9 p, för betyg 4 krävs 13 p och för betyg 5 krävs 17 p.

1. Bestäm, på explicit form, den lösning till differentialekvationen (3 p)

$$\frac{y'}{\cos x} + y = 2e^{\sin x}$$

som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = 3$.

2. Bestäm den allmänna lösningen till systemet (3 p)

$$\begin{cases} x' = 2x + 5y \\ y' = 4x + 3y. \end{cases}$$

3. Visa att det finns ett öppet intervall innehållande $x = 1$ i vilket differentialekvationen (3 p)

$$y' = x^2 + x|y|^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{1}{2}} \sin y^2$$

har en unik lösning som satisfierar $y(1) = 0$.

4. Undersök stabiliteten av de kritiska punkterna hos det autonoma systemet (3 p)

$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = 3x^2 + 2y^2 - 5. \end{cases}$$

5. Bestäm en funktion f som satisfierar ekvationen (3 p)

$$f(t) = \cos(3t) + \int_0^t e^{-\tau} f(t - \tau) d\tau$$

på intervallet $[0, \infty)$.

6. Bestäm för $x > 0$ Wronskideterminanten $W(y_1, y_2)$ om y_1 och y_2 är de lösningar till ekvationen (4 p)

$$y'' + \frac{2}{x}y' + (\cos x)y = 0$$

som uppfyller $y_1(1) = 1$, $y_1'(1) = 0$, $y_2(1) = 1$, $y_2'(1) = 2$.