

TENTAMENSSKRIVNING

5B1202 DIFFERENTIALEKVATIONER OCH TRANSFORMER II, DEL 1
MÅNDAGEN DEN 19 DECEMBER 2005, KL 14.00–19.00

Hjälpmedel: *BETA*, *Mathematics Handbook*. Tentamen består av 6 uppgifter som ger totalt högst 19 poäng. Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas. Preliminära betygsgränser: för betyg 3 krävs 9 p, för betyg 4 krävs 13 p, för betyg 5 krävs 17 p och för komplettering krävs 8 p.

1. Lös problemet (3 p)

$$(1 + x^2)(e^y y' - 2x) = 1, \quad y(0) = 0.$$

2. Bestäm den lösning till systemet (3 p)

$$\begin{cases} x' = -13x + 3y \\ y' = 5x + y \end{cases}$$

som uppfyller $x(0) = -2$, $y(0) = 6$.

3. Lös för $t \geq 0$ problemet (3 p)

$$y' - 4y = \delta(t - 3), \quad y(0) = 0.$$

4. Bestäm för $x > 0$ den allmänna lösningen till differentialekvationen (3 p)

$$x(y'' - y') - 2(y' - y) = 0.$$

5. Bestäm banorna och de kritiska punkterna för det autonoma systemet (3 p)

$$\begin{cases} x' = 5/y \\ y' = 4/x \end{cases}, \quad x \neq 0, y \neq 0.$$

Skissera banorna i ett fasporträtt. Ange deras riktning.

6. Differentialekvationen (4 p)

$$3xy'' + (2 + 6x)y' + 3y = 0$$

har på intervallet $0 < x < 1$ lösningarna

$$x^{r_1} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n \right) \quad \text{och} \quad x^{r_2} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n x^n \right).$$

Här är r_1 och r_2 reella och $r_1 > r_2$. Bestäm r_1 , r_2 och koefficienterna b_1 , b_2 och b_3 .