

TENTAMENSSKRIVNING

5B1202 DIFFERENTIALEKVATIONER OCH TRANSFORMER II, DEL 1
ONSDAGEN DEN 25 OKTOBER 2006, KL 8.00–13.00

Hjälpmedel: *BETA, Mathematics Handbook*. Tentamen består av 6 uppgifter, som ger totalt högst 19 poäng. Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas. Preliminära betygsgränser: för betyg 3 krävs 9 p, för betyg 4 krävs 13 p, för betyg 5 krävs 17 p och för komplettering krävs 8 p.

1. Lös problemet (3 p)

$$xy' = -y^2, \quad y(e) = 1,$$

i ett intervall kring $x = e$.

2. Differentialekvationen (3 p)

$$x^2y'' - (x^2 + 2x)y' + (x + 2)y = 0, \quad x > 0,$$

har en lösning $y = x$. Bestäm den allmänna lösningen.

3. Finn en lösning y till integralekvationen (3 p)

$$y(x) = e^x \left(1 + \int_0^x e^{-t} y(t) dt \right), \quad x \geq 0.$$

4. Bestäm den lösning till systemet (3 p)

$$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -x + y \end{cases}$$

som uppfyller $x(0) = 1$ och $y(0) = 2$.

5. Bestäm de kritiska punkterna till systemet (3 p)

$$\begin{cases} x' = x^2 + 3y^2 - 4 \\ y' = y - x. \end{cases}$$

Undersök stabiliteten av de kritiska punkterna.

6. Lös problemet (4 p)

$$(1 - x^2)y'' - 6xy' - 4y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0,$$

i ett intervall kring $x = 0$.