

TENTAMENSSKRIVNING

SF1629 DIFFERENTIALEKVATIONER OCH TRANSFORMER II, DEL 1
MÅNDAGEN DEN 29 OKTOBER 2007, KL. 14.00 - 19.00

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.

Tentamen består av 6 uppgifter, som ger totalt högst 19 poäng. Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas. Preliminära betygsgränser: för betyg Fx krävs 8 poäng, för betyg E krävs 9 poäng, för betyg D krävs 11 poäng, för betyg C krävs 13 poäng, för betyg B krävs 15 poäng och för betyg A krävs 17 poäng.

1. (3 poäng.) Lös differentialekvationen

$$y' - \frac{2y}{x+1} = \ln x, \quad x > 0.$$

Visa att varje lösning har ett gränsvärde då $x \rightarrow 0^+$.

2. (3 poäng.) Differentialekvationen

$$x^2 y'' - x(2x+2)y' + (2x+2)y = 0$$

har en lösning $y = x$. Bestäm den funktion y som är en lösning för $x > 0$ och som uppfyller $y(1) = 2$ och $y'(1) = 4$.

3. (3 poäng.) Finn en lösning till problemet

$$\begin{cases} \int_0^t y(t-u)y(u) du = 6t^3, & t \geq 0 \\ y(1) = 6. \end{cases}$$

4. (3 poäng.) Undersök stabilitet och asymptotisk stabilitet av den kritiska punkten $(0,0)$ till det autonoma systemet

$$\begin{cases} x' = x + \cos x - 1 - 2y \\ y' = x^2 + 1 - e^y. \end{cases}$$

5. (3 poäng.) Bestäm den lösning till systemet

$$\begin{cases} x' = x + y + e^{2t} \\ y' = x + y. \end{cases}$$

som uppfyller $x(0) = y(0) = 0$.

6. (4 poäng.) Lös problemet

$$(2x^2 - 1)y'' + 8xy' + 4y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0,$$

i ett intervall kring $x = 0$.