

TENTAMENSSKRIVNING

SF1629 DIFFERENTIALEKVATIONER OCH TRANSFORMER II, DEL 1
 ONSDAGEN DEN 16 JANUARI 2008, KL. 14.00 - 19.00

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.

Tentamen består av 6 uppgifter, som ger totalt högst 19 poäng. Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas. Preliminära betygsgränser: för betyg Fx krävs 8 poäng, för betyg E krävs 9 poäng, för betyg D krävs 11 poäng, för betyg C krävs 13 poäng, för betyg B krävs 15 poäng och för betyg A krävs 17 poäng.

1. (3 poäng.) Lös för alla reella värden på konstanten a differentialekvationen

$$y' - a\frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}, \quad x > 0.$$

2. (3 poäng.) Differentialekvationen

$$(4x - x^2)y'' + (x^2 - 12)y' + (12 - 4x)y = 0$$

har en lösning $y = e^x$. Bestäm den allmänna lösningen i intervallet $x > 4$.

3. (3 poäng.) Finn en lösning till integralekvationen

$$y(t) + \int_0^t (t-u)y(u) du = \sin(2t), \quad t \geq 0$$

4. (3 poäng.) Bestäm den lösning till systemet

$$\begin{cases} x' = 7x + 6y + 1 - 5t \\ y' = 2x + 6y - \frac{1}{3} \end{cases}$$

som uppfyller $x(0) = -1$ och $y(0) = 3$.

5. (3 poäng.) Undersök stabilitet och asymptotisk stabilitet av den kritiska punkten $(0,0)$ till det autonoma systemet

$$\begin{cases} x' = \sin(x+y) \\ y' = \tan(x) - y \end{cases}$$

6. (4 poäng.) Differentialekvationen

$$2xy'' + (x-1)y' + 4y = 0$$

har på intervallet $0 < x < 1$ lösningarna $x^{r_1} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n \right)$ och $x^{r_2} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n x^n \right)$. Här är r_1 och r_2 reella och $r_1 > r_2$. Bestäm r_1 och r_2 och koefficienterna b_1 och b_2 .