

Tentamensskrivning

SF 1629 (5B1202) DIFFERENTIALEKVATIONER OCH TRANSFORMER II,
DEL 2. FREDAGEN DEN 14 DECEMBER 2007 KL 8.00-13.00

Hjälpmedel: *BETA, Mathematics Handbook*. Tentamen består av 7 uppgifter som ger totalt högst 36 poäng. Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas. Preliminära betygsgränser: för betyg Fx krävs 16 poäng, för betyg E krävs 18 poäng, för betyg D krävs 21 poäng, för betyg C krävs 25 poäng, för betyg B krävs 28 poäng och för betyg A krävs 32 poäng.

1. f är en funktion på $\mathbb{R}$ med period 2π sådan att $f(x) = x^4$ för $-\pi \leq x \leq \pi$. Bestäm Fourierserien för f . (5p)

2. $(a_n)_{n=0}^\infty$ är en talföljd som uppfyller $a_0 = 4$, $a_1 = 10$ och

$$a_{n+2} = 2a_n + a_{n+1} + 10 \cdot 4^n$$

för $n = 0, 1, 2, \dots$. Bestäm talföljden. (5p)

3. f är en funktion på $\mathbb{R}$ sådan att $f(x) = \sin x$ för $|x| \leq \pi$ och $f(x) = 0$ för $|x| > \pi$. Bestäm första- och andraderivatans i distributionsmening av f . (5p)

4. Låt f och g vara funktioner på $\mathbb{R}$ sådana att $f(x) = e^{-|x|}$ för $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = 1$ för $|x| \leq 1$ och $g(x) = 0$ för $|x| > 1$. Visa att $f * g \in L^2(\mathbb{R})$ och att $\int_{-\infty}^\infty |(f * g)(x)|^2 dx \leq 8$. (5p)

5. Finn det polynom $p(x)$ av grad högst 1 som minimerar

$$\int_{-\infty}^\infty |x \sin x - p(x)|^2 e^{-x^2} dx. \quad (5p)$$

6. Bestäm en lösning till problemet

$$\begin{cases} u_{xx} = u_{tt}, & 0 \leq x \leq \pi, & t \geq 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 4 \sin 3x + \sin 5x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \quad (5p)$$

7. Bestäm en distribution y så att

$$y'' + 5y' + 6y = \delta$$

där δ är Diracdistributionen. (6p)