

Tentamensskrivning

SF1629(5B1202), Differentialekvationer och transformeringar II, del 2.

Tisdagen den 3 juni 2008, kl 1400-1900.

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.

Tentamen består av 7 uppgifter som ger totalt högst 36 poäng.

Uppgifterna 1-6 ger högst 5 poäng vardera och uppgift 7 ger högst 6 poäng.

Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas.

Preliminära betygsgränser: A: 32-, B: 28-31, C: 25-27, D: 21-24, E: 18-20, FX: 16-17.

1. Låt f vara en funktion på $\mathbf{R}$ sådan att $f(t) = te^{it}$ för $|t| \leq 1$ och $f(t) = 0$ för $|t| > 1$.

Beräkna Fouriertransformen av f .

2. $(a_n)_{n=0}^\infty$ är en talföljd som uppfyller $a_0 = 5$, $a_1 = -23$ och $a_{n+2} = 35a_n - 2a_{n+1}$ för $n = 0, 1, 2, \dots$

Bestäm Z-transformen av talföljden och bestäm också talföljden.

3. Beräkna med hjälp av Parsevals formel $\int_0^\pi \sin^2 t \cos^4 t \, dt$.

4. Låt f och g vara funktioner på $\mathbf{R}$ sådana att

$$g(x) = \frac{1}{1+x^2} \text{ för } x \in \mathbf{R}$$

$$f(x) = 1 - |x| \text{ för } |x| \leq 1 \text{ och } f(x) = 0 \text{ för } |x| > 1. \text{ Visa att } f * g \in L^2(\mathbf{R}).$$

5. Bestäm en distribution y så att $y'' + 15y' + 56y = \delta$

där δ är Diracdistributionen.

6. Finn det polynom $p(x)$ av grad högst 3 som minimerar $\int_{-1}^1 e^{2|x|} |p(x)|^2 dx$.

7. Bestäm en lösning till problemet

$$\begin{aligned} u_{xx} &= tu_t, \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 1 \\ u(0,t) &= u(\pi,t) = 0, \quad t \geq 1 \\ u(x,1) &= 4\sin^3 x, \quad 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$