Matematiska Institutionen
KTH

**Tentamensskrivning på kursen Diskret Matematik för F3 och F1spec, 5B1203, fredagen den 14 januari 2005 klockan 14.00-19.00.**

Examinator: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna.

Betygsgränser: 10 poäng ger betyget 3, 14 poäng ger betyget 4 och 18 poäng ger betyget 5.

**Problem:** (Obs alla lösningar och svar skall motiveras noga.)

1. (3p) Betrakta ett RSA-krypto med $n = 77$ och $e = 11$. Bestäm dekrypteringsnycklen $d$ och dekryptera meddelandet 2, dvs bestäm $a$ om $E(a) = 2$.
2. (3p) Ur en klass med 12 pojkar och 8 flickor skall en kommitee bestående av tre pojkar och och två flickor väljas. Hur många olika kommiteer kan bildas på detta sätt om pojken A i klassen inte kan vara i samma kommitee som flickan B? Svaret skall ges i form av ett heltal.
3. (2p) Bestäm antalet heltalslösningar till ekvationen
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 20$$
som uppfyller $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 2$, $x_3 \geq -1$ och $x_4 \geq 0$.
4. (3p) Betrakta en graf $G$ utan multipla kanter och loopar. Låt $e$ beteckna antalet kanter i $G$ och $v$ antalet noder. Visa att om
$$e > (\frac{v}{2})^2$$
så kan inte $G$ vara en bipartit graf.
5. (3p) Låt $S_9$ beteckna mängden av alla permutationer på mängden $\{1, 2, 3, \ldots, 9\}$. Bestäm tre olika permutationer $\sigma \in S_9$ sådana att
$$\sigma^3 = (1\ 2\ 3\ 4)(5\ 6)(7)(8)(9).$$
6. (3p) Lös i ringen $Z_{91}$ ekvationen
$$(5x + 2)(9x + 3) = 0.$$
7. a) (3p) Visa att ingen ändlig grupp $G$ med fler än två element är lika med unionen av två icke triviala delgrupper $H_1$ och $H_2$ till $G$, dvs $G$ kan aldrig uppfylla $G = H_1 \cup H_2$ där $H_i \neq G$ för $i = 1, 2$.

   b) (1p) Bestäm en grupp $G$ med minst tre element som är lika med unionen av tre icketriviala delgrupper till $G$.
8. (3p) Med hjälp av polynomet $p(x) = x^2 - x - 3$, som är irrducibelt över kroppen $Z_5$, konstruerar man på sedvanligt sätt en kropp med 25 element. Vi betecknar denna kropp med $F$. Bestäm samtliga element i $F$ som satisfierar ekvationen
$$z^4 + 1 = 0.$$