Matematiska Institutionen
KTH

Tentamensskrivning på kursen Diskret Matematik för F3 och F1spec, 5B1203, tisdagen den 16 maj 2006, klockan 08.00-13.00.

Examinator: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna.

Betygsgränser: 10 poäng ger betyget 3, 14 poäng ger betyget 4 och 18 poäng ger betyget 5.

Problem: (Obs alla lösningar och svar skall motiveras noga.)

1. (3p) Beräkna följande uttryck, i form av heltal, samt ge exempel på problem som de utgör svaret på.

   $$\text{(a)}\ \ 7!, \quad \text{(b)}\ \ \binom{10}{3,3,4}, \quad \text{(c)}\ \ S(5,2).$$

2. (3p) Lös rekursionsekvationen $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$ där $a_0 = 1$ och $a_1 = 2$.

3. (3p) Låt G vara en sammanhängande planär graf, utan loopar och multipla kanter. Om G har 16 kanter och varje nod har valensen 4, hur många områden uppstår då vid en plan ritning av grafen. Ytterområdet kan räknas med.

4. Bestäm antalet sätt som en klass med 15 elever $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{15}$ kan ställa upp sig på i tre lika långa led om

   (a) (2p) A_1 och A_2 skall stå i olika led.

   (b) (2p) Om dessutom A_3 måste stå bredvid antingen A_1 eller A_2.

5. (3p) Bestäm antalet lösningar i ringen Z_{671} till ekvationen $x^{240} = 1$. Bestäm också minst en lösning $x \neq \pm 1$.

6. (3p) Låt G vara en ändlig abelsk grupp med gruppoperationen $+$ och neutralt (identitets-) element 0. Visa att om G_1 och G_2 är delgrupper till G med egenskapen att

   $$G_1 \cap G_2 = \{0\} \quad \text{och} \quad |G_1| \cdot |G_2| = |G|$$

   så kan varje element $g \in G$ på ett unikt sätt skrivas som en summa $g = g_1 + g_2$ av element $g_1 \in G_1$ och $g_2 \in G_2$.

7. (3p) Beskriv på lämpligt sätt en linjär kod C med minimumavstånd 2 (två), som har ordlängden 8, innehåller ordet 11100000 och har så många ord som möjligt.

8. (3p) Bestäm en ändlig kropp F som innehåller kroppen Z_5 och sådan att samliga nollställen till polynomet $z^3 - z^2 + 1$ tillhör F.