Kompletteringstentamen i Differentialekvationer I, SF1633(5B1206).

Måndagen den 17 november 2008, kl 0900-1000.

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.
Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.
Svaren skall ges på reell form.

Modul 1.

Lös $\begin{cases} ty' = y^2 + y \\ y(1) = -2 \end{cases}$, med angivande av maximalt lösningsintervall.

Modul 2.

Lös ekvationen $y'(t) + \int_0^t e^{-\tau} y(t-\tau)\,d\tau = e^{-t}, \quad t > 0$ med begynnelsevärdet $y(0) = 0$.

Modul 3.

Undersök om $f_1(x) = x$ och $f_2(x) = x^2$ är ortogonala på intervallet $(-2, 2)$. Bestäm därefter konstanterna c_1 och c_2 så att $f_3(x) = x + c_1 x^2 + c_2 x^3$ blir ortogonal mot både f_1 och f_2 på samma intervall.

Modul 4.

Funktionerna $y_1(x) = x,\ y_2(x) = x + 3x^2,\ y_3(x) = 5x^3 + 4x,\ y_4(x) = x^2 + x + x^3$ och $y_5(x) = 7x + 3x^2 + 4x^3$ är lösningar till en linjär tredje ordningens homogen differentialekvation på intervallet $\{x : x > 0\}$.
Bestäm en fundamentalmängd av lösningar till differentialekvationen.
Bestäm även den lösning som uppfyller villkoren $y(1) = 3,\ y'(1) = 6$ och $y''(1) = 8$.